MATE 3151

Departamento de Matemáticas
Recinto de Río Piedras

UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO

Ejercicios de Práctica – Respuesta Libre Examen 4
Segundo Semestre Año Académico 2011-2012

Evalúe cada una de las siguientes integrales:

1. $\displaystyle\int_0^8 \left(\sqrt[3]{x} + x^3\right)\, dx$

2. $\displaystyle\int \cos(\pi x)\, dx$

3. $\displaystyle\int x \cdot \sec^2(x^2)\, dx$

4. $\displaystyle\int \frac{x^7}{\sqrt{5x^8+11}}\, dx$

5. $\displaystyle\int_1^2 \left(2x + x^2\right)\, dx$

6. $\displaystyle\int \frac{6x^4 - 8x^3 + 1}{x^2}\, dx$

7. $\displaystyle\int (3x^4+9)^5 \cdot x^3\, dx$

8. $\displaystyle\int \sec^2(x) \cdot (1 + \tan^2(x))\, dx$

9. $\displaystyle\int 5\ \sec(x)\tan(x)\, dx$

10. $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{x^3+1}{x^7}\, dx$

11. $\displaystyle\int \sin(3-2x)\, dx$

12. $\displaystyle\int \frac{x+1}{(x^2+2x+3)^2}\, dx$

13. $\displaystyle\int_2^8 (4x+3)\, dx$

14. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \Big(\cos(x) + \sec^2(x)\Big)\, dx$

15. Encuentre y simplifique $\displaystyle\frac{d}{dx}\left[\int_{3x}^{x^5} \frac{1}{1+t^2}\, dt\right]$.

16. Evalúe $\displaystyle\frac{d}{dx}\left[\int_{x}^{x^3} \sin^2(t)\, dt\right]$.

17. Evalúe $\displaystyle\int_5^{12} \frac{d}{dx}\left[\frac{1}{\sqrt{13^2 - x^2}}\right]\, dx$.

18. Dado que $\displaystyle\int_5^7 f(x)\, dx = 3$, $\displaystyle\int_1^5 f(x)\, dx = 4$, $\displaystyle\int_1^7 g(x)\, dx = 5$ y $\displaystyle\int_5^7 g(x)\, dx = 6$. Encuentre:

    (a) $\displaystyle\int_5^1 f(x)\, dx$ (b) $\displaystyle\int_1^7 f(x)\, dx$ (c) $\displaystyle\int_5^7 [4\cdot f(x) + 3\cdot g(x)]\, dx$

19. Para la función $f(x) = x^{-2}$ definida sobre el intervalo $[1,4]$, encuentre el valor (o los valores) de c que satisfacen la conclusión del Teorema de la Media para integrales.

20. Halle el área de la región acotada por las gráficas de $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ y $g(x) = x - 1$.

21. Halle el área de la región acotada por las gráficas de $f(x) = -x^2 + 4x + 10$ y $g(x) = x^2 - 4x$.

22. Suponga que f y f' son funciones diferenciables tales que,

    $$f''(x) = 80x^3 - 36x^2 + 60x, \quad f'(1) = 38 \quad \text{y} \quad f(1) = 111.$$

    Encuentre $f(x)$.

23. Sea Ω la región acotada por las gráficas de $y = x^2$ y $y = x$. Encuentre el volumen del sólido que se obtiene cuando la región Ω es girada alrededor del eje de x.

24. Sea Ω la región acotada por las gráficas de $y = x^3 + 1$, $y = 0$ y $x = 1$. Encuentre el volumen del sólido que se obtiene al girar la región Ω alrededor del eje de x.

25. La función $f(t) = \frac{1}{t}$ es continua para todo t en el intervalo $[1, +\infty)$, así que $\displaystyle\int_1^n \frac{1}{t}\, dt$ existe para todo $n \in \mathbb{R}$. Sea $L(n) = \displaystyle\int_1^n \frac{1}{t}\, dt$

   (a) Utilice el hecho de que $\frac{1}{t} \leq \frac{1}{\sqrt{t}}$ para todo t en $[1, +\infty)$ para establecer que
$$L(n) \leq 2\sqrt{n} - 2.$$

   (b) Utilice la parte (a) para verificar que $L(2) < 1$.

26. La fórmula de medio ángulo de precálculo establece que
$$\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}.$$
Utilice esta fórmula para evaluar $\displaystyle\int \sin^2(x)\, dx$.

27. Evalúe $\displaystyle\int \cos^2(x)\, dx$.

28. Según la regla del producto $\displaystyle\frac{d}{dx}(x \cdot \ln(x)) = x \cdot \left(\frac{1}{x}\right) + 1 \cdot \ln(x)$. Utilice esta información para evaluar $\displaystyle\int \ln(x)\, dx$.

29. Enuncie el teorema fundamental del cálculo parte 1.

30. Enuncie el teorema fundamental del cálculo parte 2.

31. Enuncie el primer teorema de la media para integrales.