UPR

Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

MATE 3151

Examen Final

7 de mayo de 2013

Nombre:

No. de estudiante: ______ Profesor: ______ Sección: ______

Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (18 problemas) y otra de respuesta libre (4 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUMPIR A SUS COMPAÑEROS.

Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	12	
3	12	
4	12	
5	9	
6	19	
7	20	
8	24	
Total:	108	

Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Encuentre la derivada de la función $y = \dfrac{3x+1}{x+5}$.

   A. $y' = \dfrac{7}{(x+5)^2}$

   B. $y' = \dfrac{14}{(x+5)^2}$

   C. $y' = \dfrac{(3x+1)^2}{(x+5)^2}$

   D. $y' = \dfrac{3x^2/2+x}{x^2/2+5x}$

   E. Todas las anteriores.

   F. Ninguna de las anteriores.

---

2. (3 puntos) Dado que $v = 6t^2 - 6t + \pi^3$, encuentre $\dfrac{dv}{dt}$.

   A. $12t - 6$

   B. $12t + 6$

   C. $12t - 6 + 3\pi^2$

   D. $12t + 6 + 3\pi^2$

   E. Todas las anteriores.

   F. Ninguna de las anteriores.

---

3. (3 puntos) Encuentre $\dfrac{dy}{dx}$ dado que $y = \sec^5(10x)$.

   A. $\frac{dy}{dx} = 5\sec^5(10x)\tan(10x)$

   B. $\frac{dy}{dx} = 5\sec^4(10x)\tan(10x)$

   C. $\frac{dy}{dx} = 50\sec^5(10x)\tan(10x)$

   D. $\frac{dy}{dx} = 50\sec^4(10x)\tan(10x)$

   E. Todas las anteriores.

   F. Ninguna de las anteriores.

---

4. (3 puntos) Evalúe la integral: $\displaystyle\int_4^{25} 3\sqrt{x}\,dx$.

   A. 18

   B. 234

   C. $\frac{1827}{2}$

   D. 26

   E. Todas las anteriores.

   F. Ninguna de las anteriores.

5. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+5x-50}{x^2-5}\right)$.

A. $L = 15$

B. $L = 10$

C. $L = 1$

D. $L = -1$

E. El límite no existe.

F. Ninguna de las anteriores.

---

6. (3 puntos) Dado que x satisface la desigualdad $|x-3| < 1$, encuentre M y N tales que $M < 5x-2 < N$.

A. $M = 0$ y $N = 15$

B. $M = 2$ y $N = 4$

C. $M = 10$ y $N = 20$

D. $M = 8$ y $N = 18$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

7. (3 puntos) Evalúe la integral utilizando la sustitución sugerida.

$$\int \sqrt{20x+1}\,dx \quad ; \quad u = 20x+1.$$

A. $\dfrac{1}{30}(20x+1)^{3/2} + C$

B. $\dfrac{1}{20}(20x+1)^{3/2} + C$

C. $\dfrac{1}{10}(20x+1)^{3/2} + C$

D. $\dfrac{1}{10}(20x+1)^{1/2} + C$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

8. (3 puntos) Dado que $y = (5x^3+4)(3x^7-8)$, encuentre y'.

A. $y' = \left(15x^2\right)\left(21x^6\right)$

B. $y' = 150x^9 + 84x^6 - 120x^2$

C. $y' = 150x^9 + 84x^6 + 120x^2$

D. $y' = 15x^{10} + 12x^7 - 40x^3 - 32$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

9. (3 puntos) Evalúe la integral: $\displaystyle\int e^{11x}\,dx.$

A. $e^{11x^2/2}+C$

B. $11e^{11x}+C$

C. $e^{11x}+C$

D. $\frac{1}{11}e^{11x}+C$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

10. (3 puntos) Dado que $y=\ln\left(x^6+x^2+1\right)$, encuentre y'.

A. $y'=\dfrac{1}{x^6+x^2+1}$

B. $y'=\dfrac{6x^5+2x}{x^6+x^2+1}$

C. $y'=\dfrac{1}{6x^5+2x}$

D. $y'=6\ln(x)+2\ln(x)$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

11. (3 puntos) Considere la función $f(x)=12x-2x^2+3$ definida en el intervalo $[0,5]$. Encuentre, si alguno, los máximos y mínimos absolutos de f en el intervalo dado.

A. el máximo absoluto es 21 en $x=3$; el mínimo absoluto es 3 en $x=0$

B. el máximo absoluto es 21 en $x=3$; el mínimo absoluto es 13 en $x=5$

C. el máximo absoluto es 13 en $x=5$; el mínimo absoluto es 3 en $x=0$

D. el máximo absoluto es 13 en $x=5$; el mínimo absoluto es -21 en $x=3$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

12. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L=\lim\limits_{x\to 5}\left(\dfrac{x^2+5x-50}{x-5}\right).$

A. $L=15$

B. $L=10$

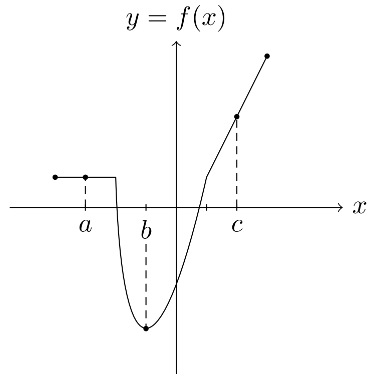
C. $L=1$

D. $L=-1$

E. El límite no existe.

F. Ninguna de las anteriores.

13. (3 puntos) Encuentre la tabla que mejor describe la gráfica a continuación.



A.

x	$f'(x)$
a	0
b	0
c	0

C.

x	$f'(x)$
a	0
b	0
c	+2

B.

x	$f'(x)$
a	no existe
b	0
c	+2

D.

x	$f'(x)$
a	0
b	0
c	-2

---

14. (3 puntos) Dada la función $f(x) = 1 - 3x^2$ definida en el intervalo $[0, 5]$. Encuentre todos los valores c en el intervalo tales que $f'(c) = \frac{f(5)-f(0)}{5-0}$.

A. $+\frac{5}{2}$
B. $-\frac{5}{2}$
C. $+15$
D. -15
E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

---

15. (3 puntos) Evalúe la integral: $\displaystyle\int \frac{7}{x+7}\, dx.$

A. $\dfrac{7x}{x^2/2 + 7x} + C$
B. $7 \ln |x| + x + C$
C. $7 \ln |x + 7| + C$
D. $-\dfrac{7}{(x+7)^2} + C$
E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

16. (3 puntos) Utilice la técnica de diferenciación implícita para encontrar $\dfrac{dy}{dx}$ dado que $x^2y + 5x = 3$.

   A. $\frac{dy}{dx} = \frac{-2}{x^2}$
   B. $\frac{dy}{dx} = \frac{-5}{x^2}$
   C. $\frac{dy}{dx} = \frac{-(2xy+2)}{x^2}$
   D. $\frac{dy}{dx} = \frac{-(2xy+5)}{x^2}$
   E. Todas las anteriores.
   F. Ninguna de las anteriores.

---

17. (3 puntos) Encuentre la pendiente m de la curva dada por $y = 7x + x^2$ en el punto $\left(\frac{5}{2}, f\left(\frac{5}{2}\right)\right)$.

   A. $m = 1$
   B. $m = -1$
   C. $m = 12$
   D. $m = -12$
   E. Todas las anteriores.
   F. Ninguna de las anteriores.

---

18. (3 puntos) Considere la función $f(x) = \begin{cases} 14 + cx & \text{si} \quad x < 3 \\ c - 10x & \text{si} \quad x \geq 3 \end{cases}$. ¿Qué valor debe ser c para que f sea continua en $x = 3$?

   A. $c = +44$
   B. $c = -44$
   C. $c = +22$
   D. $c = -22$
   E. Todas las anteriores.
   F. Ninguna de las anteriores.

Parte II. Respuesta Libre

19. (10 puntos) Una recién descubierta cepa de bacterias se duplica cada media hora. Si originalmente hay $1,000$ bacterias, ¿cuántas bacterias habrá al cabo de 45 minutos?

20. (a) (5 puntos) Evalúe

$$\frac{d}{dx}\left[e^{10x^2} \cdot \operatorname{sen}(2x)\right].$$

(b) (5 puntos) Evalúe

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{\ln(x^2)}{5x+1}\right].$$

21. (a) (5 puntos) Evalúe

$$\int \frac{4x^3+2x}{x^4+x^2+10}\ dx.$$

(b) (5 puntos) Evalúe

$$\int x^2 e^{7x^3}\ dx.$$

22. Considere la función $f(x) = x^3 - 21x^2 + 144x - 320$.

   (a) (8 puntos) Determine los intervalos donde la función f es creciente y también los intervalos donde es decreciente.

   (b) (8 puntos) Determine los máximos y los mínimos locales de la función f.

   (c) (8 puntos) Determine la coordenada x de cada uno de los puntos de inflexión de la gráfica de f.