UPR

Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

MATE 3151

Tercer Examen

4 de abril de 2012

Nombre:

No. de estudiante: ____________ Profesor: ____________ Sección: ________

Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (12 problemas) y otra de respuesta libre (6 problemas). Respuesta libre <u>no quiere decir que es opcional</u>, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUMPIR A SUS COMPAÑEROS.

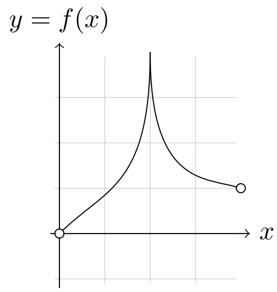
Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	6	
3	12	
4	9	
5	9	
6	24	
7	24	
8	24	
Total:	108	

Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Considere la función $f(x)$ definida en el intervalo $(0, 4)$ ilustrada en la figura. Determine, según la gráfica, si la función tiene valores extremos absolutos.



A. f no tiene valores extremos absolutos.

B. f tiene un máximo absoluto solamente.

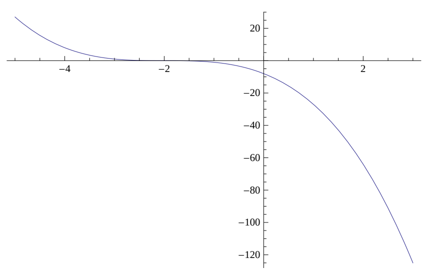
C. f tiene un mínimo absoluto solamente.

D. f tiene un máximo absoluto y un mínimo absoluto.

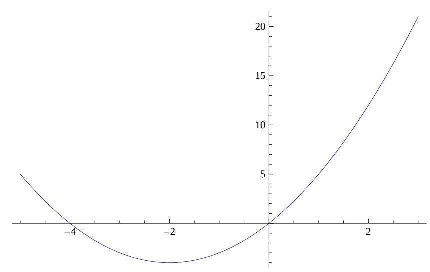
---

2. (3 puntos) Determine la gráfica de $f(x)$ según la información dada en la tabla.

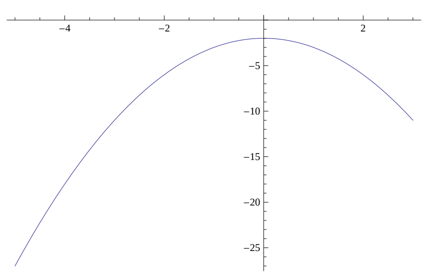
x	$f'(x)$
-2	0
3	10



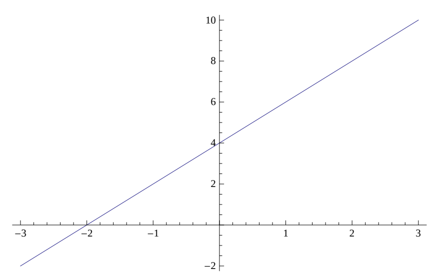
A.



C.



B.



D.

3. (3 puntos) Considere la función $f(x) = x^{2/3}$ definida en el intervalo $[-1, 27]$. Encuentre, si alguno, los máximos y mínimos absolutos de f en el intervalo dado.

   A. el máximo absoluto es 9 en $x = 27$; el mínimo absoluto es 0 en $x = 0$

   B. el máximo absoluto es 9 en $x = 27$; el mínimo absoluto es 1 en $x = -1$

   C. el máximo absoluto es 9 en $x = 27$; el mínimo absoluto no existe

   D. el máximo absoluto es 8 en $x = 27$; el mínimo absoluto es 0 en $x = 0$

   E. Todas las anteriores.

   F. Ninguna de las anteriores.

---

4. (3 puntos) Determine todos los puntos críticos de la función $f(x) = 20x^3 - 3x^5$.

   A. $x = -2$ y $x = 2$.

   B. $x = -2$.

   C. $x = 0$, $x = -2$ y $x = 2$.

   D. $x = 2$.

   E. Todas las anteriores.

   F. Ninguna de las anteriores.

---

5. (3 puntos) Dada la función $f(x) = x + \frac{75}{x}$ definida en el intervalo $[3, 25]$.
   Encuentre todos los valores c en el intervalo tales que $f'(c) = \frac{f(25)-f(3)}{25-3}$.

   A. $5\sqrt{3}$

   B. $3, 25$

   C. $0, 5\sqrt{3}$

   D. $-5\sqrt{3}$, $5\sqrt{3}$

   E. Todas las anteriores.

   F. Ninguna de las anteriores.

---

6. (3 puntos) Determine la función $f(x)$ cuya derivada es $f'(x) = x^2 + 9$ y cuya gráfica pasa por el punto $P = (3, 60)$.

   A. $f(x) = \dfrac{x^3}{3} + 9x + 24$

   B. $f(x) = x^3 + 9x^2 + 24$

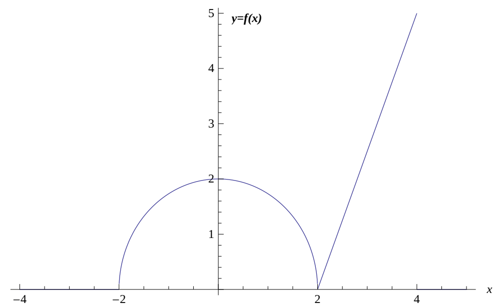
   C. $f(x) = x^3 + 9x + 6$

   D. $f(x) = \dfrac{x^3}{3} + 9x$

   E. Todas las anteriores.

   F. Ninguna de las anteriores.

7. (3 puntos) Considere la función $f(x)$ ilustrada en la figura. Determine, según la gráfica, los intervalos donde la función es creciente, los intervalos donde la función es decreciente e identifique los valores extremos absolutos y/o locales.



A. creciente en $(-2,0)\cup(2,4)$; decreciente en $(0,2)$;
máximo absoluto es 2 en $x=0$; mínimo absoluto es 0 en $x=\pm 2$.

B. creciente en $(-2,0)\cup(2,4)$; decreciente en $(0,2)$;
máximo absoluto es 5 en $x=4$; máximo local es 2 en $x=0$; mínimo absoluto es 0 en $x=\pm 2$.

C. creciente en $(-2,0)\cup(2,4)$; decreciente en $(0,2)$;
máximo absoluto es 5 en $x=4$; mínimo absoluto es 0 en $x=\pm 2$.

D. creciente en $(2,4)$; decreciente en $(0,2)$;
máximo absoluto es 5 en $x=4$; máximo local es 2 en $x=0$; mínimo absoluto es 0 en $x=\pm 2$.

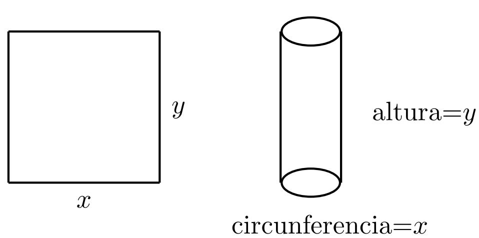
---

8. (3 puntos) Encuentre una antiderivada para la función $f(x)=4\cos(6x)$.

A. $\dfrac{2}{3}\operatorname{sen}(6x)$
B. $-24\operatorname{sen}(6x)$
C. $\operatorname{sen}(6x)$
D. $4\operatorname{sen}(6x)$
E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

---

9. (3 puntos) Una hoja rectangular de aluminio de dimensiones x por y cuyo perímetro es 27 será enrollada hasta formar un cilindro circular recto ($V=\pi r^2 h$). ¿Cuáles son las dimensiones que nos dan el mayor volumen?



A. $x=11$ y $y=\frac{5}{2}$
B. $x=10$ y $y=\frac{7}{2}$
C. $x=8$ y $y=\frac{11}{2}$
D. $x=9$ y $y=\frac{9}{2}$
E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

10. (3 puntos) Encuentre la curva $y = f(x)$ en el plano xy que pasa a través del punto $\left(\frac{1}{4}, 6\right)$ y cuya pendiente en cada punto está dada por $-\frac{1}{x^2}$.

   A. $y = \frac{2}{x} - 2$
   B. $y = \frac{1}{x} + 2$
   C. $y = \frac{3}{x^3} + 2$
   D. $y = -\frac{1}{x} + 6$
   E. Todas las anteriores.
   F. Ninguna de las anteriores.

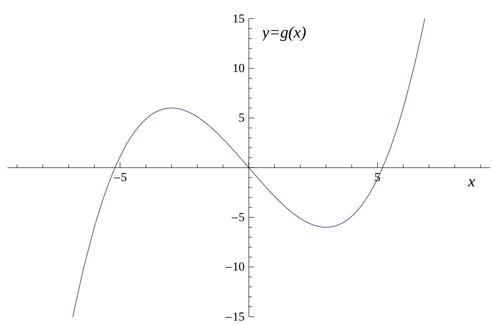
---

11. (3 puntos) Dado que $\dfrac{ds}{dt} = \cos(t) - \operatorname{sen}(t)$ y que $s\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$. Encuentre $s(t)$.

   A. $s(t) = \operatorname{sen}(t) + \cos(t) + 6$
   B. $s(t) = \operatorname{sen}(t) + \cos(t) + 4$
   C. $s(t) = 2\operatorname{sen}(t) + 3$
   D. $s(t) = \operatorname{sen}(t) - \cos(t) + 4$
   E. Todas las anteriores.
   F. Ninguna de las anteriores.

---

12. (3 puntos) Considere la función $g(x)$ ilustrada en la figura. Determine, según la gráfica, los intervalos donde la gráfica de la función es cóncava hacia arriba, los intervalos donde la gráfica de la función es cóncava hacia abajo e identifique los valores extremos locales.



   A. cóncava hacia arriba en $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$; cóncava hacia abajo en $(-3, 3)$; máximo local en $x = -3$; mínimo local en $x = 3$.
   B. cóncava hacia arriba en $(0, +\infty)$; cóncava hacia abajo en $(-\infty, 0)$; máximo local en $x = -3$; mínimo local en $x = 3$.
   C. cóncava hacia arriba en $(-\infty, 0)$; cóncava hacia abajo en $(0, +\infty)$; máximo local en $x = -3$; mínimo local en $x = 3$.
   D. cóncava hacia arriba en $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$; cóncava hacia abajo en $(-3, 3)$; máximo local en $x = 3$; mínimo local en $x = -3$.

Parte II. Respuesta Libre

13. (12 puntos) Dado que $f(x) = x^2 - 5$ y que $x_0 = 2$. Utilice el método de Newton para aproximar las raíces de $f(x) = 0$ hasta encontrar x_1 y x_2.

14. (Problema de Avalúo.) Considere la función $f(x) = (1+x)^{17}$ definida sobre el intervalo $[0, b]$.

    (a) (4 puntos) Enuncie la conclusión del teorema de la Media para este caso en particular.

    (b) (8 puntos) Todos sabemos que $1 + c \geq 1$, para todo número real c en el intervalo $[0, b]$. Esto implica que $(1+c)^{16} \geq 1^{16} = 1$. Utilice este hecho y la parte (a) para establecer que

$$(1+b)^{17} \geq 1 + 17 \cdot b.$$

15. (12 puntos) Encuentre el punto (x, y) en la gráfica de $y = \sqrt{x}$ más cercano al punto $(4, 0)$. (**Ayuda**. Minimice el cuadrado de la distancia en vez de la distancia.)

16. (a) (6 puntos) Evalúe $\displaystyle\int \left(x^{16} - \sqrt{x} + 3\right)\ dx$.

    (b) (6 puntos) Evalúe $\displaystyle\int \left(\cos(7x) + 10\sec^2(x)\right)\ dx$.

17. (12 puntos) Considere la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x - 1}{(x-3)^2}$ y sus primeras dos derivadas $f'(x) = -\dfrac{2(x-7)}{(x-3)^3}$ y $f''(x) = \dfrac{4(x-9)}{(x-3)^4}$. Determine los intervalos donde f es creciente y los intervalos donde la gráfica de f es cóncava hacia arriba.

18. (12 puntos) Indique las asíntotas de la función $f(x)$ del problema anterior y haga la gráfica de $y = f(x)$.