Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
Departamento de Matemáticas
MATE 3151; Examen Departamental II, 9 de abril de 2015

Apellidos: ____________ ____________ Nombre ____________
No. Estudiante: ____________ Profesor: ____________ Sección ____________

Instrucciones

Las reglas para este examen son las siguentes.

(1) **Para obtener créditos, se debe justificar las contestaciones.**
(2) NO SE PERMITE USO DE CELULARES.
(3) NO SE PERMITE USO DE CALCULADORAS.
(4) NO SE PERMITE USO DE CUALQUIER OTRO APARATO ELECTRÓNICO.
(5) DEBE TENER DISPONIBLE UNA IDENTIFICAIÓN CON FOTO.

Firma

Problema	Puntuación	Nota
Problema 1	12	
Problema 2	8	
Problema 3	10	
Problema 4	16	
Problema 5	6	
Problema 6	12	
Problema 7	8	
Problema 8	20	
Problema 9	18	
Total	110	

(1) (12 Pts.) Para cada uno de los siguientes enunciados, contestar **Sí** en caso de ser cierto o **No** si si es falso. En las primeras cuatro preguntas, f es una función definida sobre un intervalo que contiene el punto $x = a$ en su interior.

	Sí	**No**
Si $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{5(x-a)} = 4$ entonces $f'(a) = 4$		
La recta $x = 4$ es una asíntota vertical de la gráfica de $f(x) = \dfrac{x^2-16}{x-4}$.		
Si $f'(a)$ existe, entonces f es continua en $x = a$		
Si f es continua en $x = a$ entonces f es diferenciable en $x = a$		
La tasa de cambio instantánea de $f(x) = x\sin(\pi x)$ en $x = 3$ es igual a -3π		
Si $y = (f \circ u)(x)$ y $y'(a) = 12$, $u(a) = 9$, $f'(9) = 12$ entonces $u'(a) = -1$		
En la gráfica de $f(x) = x\cos(x)$ no hay tangente paralela a la recta $y = -x + 10$		
La función $f(x) = x^3 + 4x + \cos x$ es creciente sobre $\mathbb{R}$.		
La función $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ alcanza su máximo absoluto en $x = 0$.		
Si $y = f(x)$ y: $\sin(\pi y) = 6 - 2x$ para todo x entonces en el punto $(3, 3)$, $y' = \frac{2}{\pi}$		
Si f es diferenciable sobre $\mathbb{R}$ con $f(2) = 0$ y $f(5) = 9$ entonces existe c con $f'(c) = 3$		
$\lim_{x\to 0} \left[\dfrac{e^{5x}-1}{\sin(5x)}\right] = 0$		

(2) (8 Pts.) Encuentre una ecuación para la **recta tangente** a la gráfica de $y = f(x)$ en el punto $A(3,3)$ dado que: $y = f(x)$ y $x^3 + y^3 = 6xy$.

(3) (10 Pts.) Una bola esférica se esta expandiendo. Su volumen crece a razón de 15 cm^3 por minuto. Recuerde que si el volumen es V, el area S y el radio R, entonces $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ y $S = 4\pi R^2$.

(a) (5 pts) ¿Cuándo el radio es de $60cm$, cual es la taza de cambio del radio de la bola?

(b) (5 pts) ¿Cuándo el radio es de $60cm$, cual es la taza de cambio del radio con respeto al área?

(4) (16 Pts.) Un objeto se mueve en una recta vertical orientada positivamente hacia arriba. Su posición es igual a $S(t) = -16t^2 + 64t + 80$ pies.

(a) (2 pts) Encuentre una formula que da la **velocidad** $V(t)$ como función del tiempo t.

(b) (2 pts) Determine el instante en el cual la velocidad del objeto es igual a 0.

(c) (5 pts) Determine la altura máxima que puede alcanzar el objeto. Justifique la contestación.

(d) (2 pts) ¿En que instante $t_0 > 0$ choca el objeto con el el suleo?

(e) (3 pts) Determine el instante T tal que $V(T) = \dfrac{S(10) - S(2)}{8}$.

(f) (2 pts) ¿Cuál es el teorema que garantiza *a priori* la existencia del instante T de la pregunta anterior?

(5) (6 Pts.) Enuncie con claridad y precisión el **Teorema del Valor Medio**.

(6) (12 Pts.) (**Avalúo**) Un rectángulo en el primer cuadrante del plano cartesiano tiene un vértice en el origen O, un vértice en el eje de x, un vértice en el eje de y y el cuarto vértice $P(x, y)$ en el círculo con radio $R = 4$ centrado en O. Contestar las siguientes preguntas.

(a) (1 pts) Hacer un dibujo indicando los vértices del rectángulo.

(b) (1 pts) Encuentre una ecuación del círculo con centro O y radio $R = 4$.

(c) (1 pts) Encuentre una fórmula que dé el área A del rectángulo como función de x.

(d) (1 pts) Halla el dominio I del área A como función de x.

(e) (2 pts) Evalue A en los bordes (endpoints) de I.

(f) (3 pts) Encuentre los puntos críticos de A.

(g) (3 pts) ¿Cuál es el valor máximo que puede alcanzar A?

(7) (12 Pts.) Consideramos la función $f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 18x^2 = x^2(3x^2 - 16x + 18)$ en el intervalo $[-1, 2]$.

(a) (**3 Pts**) Encuentre los puntos críticos de f en el intervalo $[-1, 2]$.

(b) (**6 Pts**) Encuentre los valores extremos locales de f en el intervalo $[-1, 2]$.

(c) (**3 Pts**) Encuentre los valores extremos absolutos de f en el intervalo $[-1, 2]$.

(8) (16 Pts.) Calcular las siguientes derivadas (*No tiene que simplificar*).

(a) $\dfrac{d}{dx}\left[\left(\dfrac{x}{x^2-9}\right)^6\right] =$

(b) $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{x\cos^2 x}{5\tan x + 8}\right] =$

(c) $\dfrac{d}{dx}\left[(5x^3+3x)\ln|x^2+e^{2x}|\right] =$

(d) $\dfrac{d}{dx}\left[(1-9e^{x^2})\tan^2\left(x^3+5\pi\right)\right] =$

(9) (18 Pts.) Consideramos la función $f(x) = -x^4 + 6x^2 - 4$

(a) (1 pts). Encuentre el corte de y de la gráfica de f.

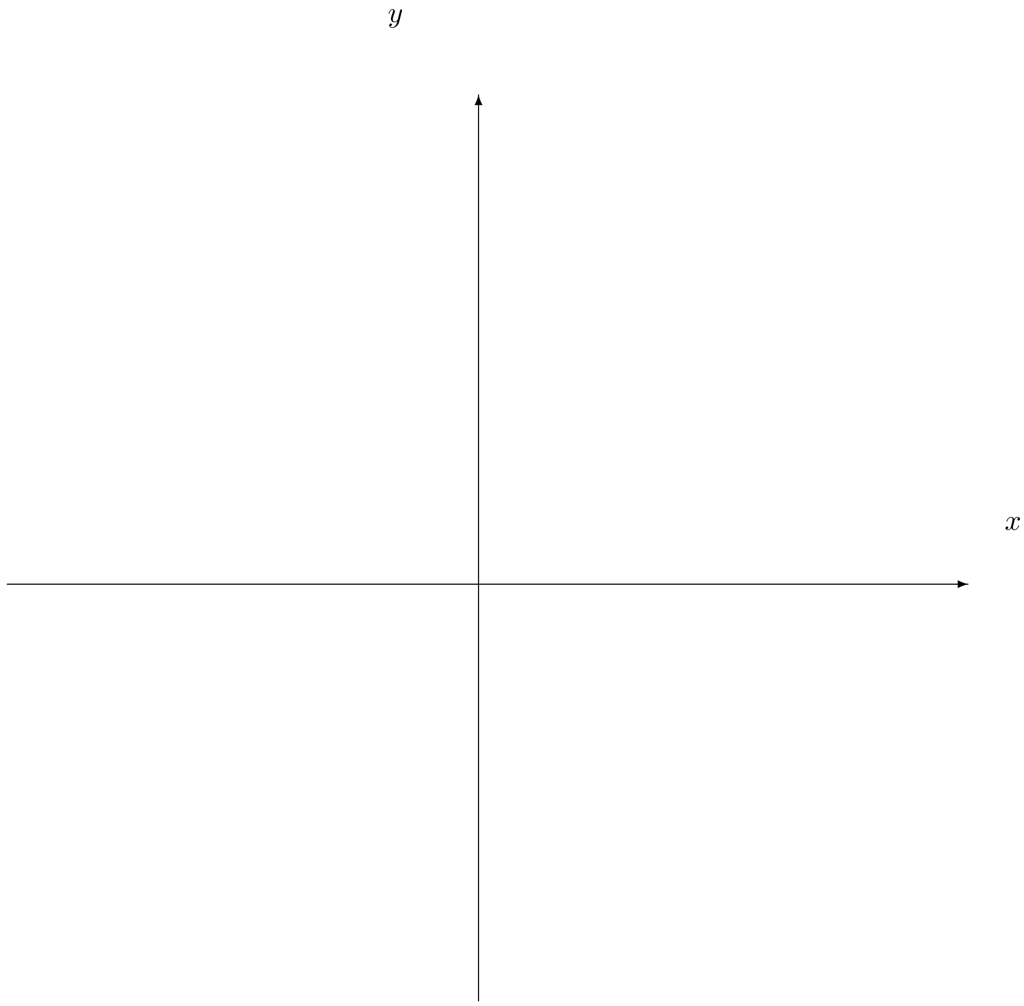
(b) (4 pts). Determine los intervalos donde f es **creciente**.

(c) (2 pts). Determine los puntos(s) donde la recta tangente a la gráfica de f es horizontal.

(d) (3 pts). Determine los intervalos donde la función f es **cóncava hacia arriba**.

(e) (3 pts). Encuentre los puntos de inflexión de la gráfica de f (Justifique su contestación).

(f) (5 pts). Dibujar la gráfica de f.



Note. $\dfrac{d}{dx}e^x = e^x$ and $\dfrac{d}{dx}\ln|x| = \dfrac{1}{x}$.
Chain Rule: $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.
Derivative: $f'(a) = \lim_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

Problema de avalúo

Examen Departamental II

Mate 3151

Segundo Semestre 2014-2015

Sección:
Profesor:
Entregar a la Sra. Ivonne Febres.

Pregunta[puntuacion]	0pt	1pt	2pts	3pts	4pts
(6)(a) [1]			X	X	X
(6)(b) [1]			X	X	X
(6)(c) [1]			X	X	X
(6)(d) [1]			X	X	X
(6)(e) [2]				X	X
(6)(f) [3]					X
(6)(g) [3]					X
Total					