Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
Departamento de Matemáticas
MATE 3151; Examen Departamental I, 25 de febrero de 2015

Apellidos: ______________ ______________ Nombre ______________
No. Estudiante: ______________ Profesor: ______________ Sección ______________

Instrucciones

Las reglas para este examen son las siguentes.

(1) **Para obtener créditos, se debe justificar las contestaciones**
(2) NO SE PERMITE USO DE CELULARES.
(3) NO SE PERMITE USO DE CALCULADORAS.
(4) NO SE PERMITE USO DE CUALQUIER OTRO APARATO ELECTRÓNICO
(5) DEBE TENER DISPONIBLE UNA IDENTIFICAIÓN CON FOTO.

Firma

Problema	Puntuación	Nota
Problema 1	10	
Problema 2	6	
Problema 3	6	
Problema 4	25	
Problema 5	5	
Problema 6	6	
Problema 7	4	
Problema 8	10	
Problema 9	12	
Problema 10	20	
Problema 11	6	
Total	110	

(1) (10 Pts.) Para cada uno de los siguientes enunciados, contestar **Sí** en caso de ser cierto o **No** si si es falso.
En las primeras cuatro preguntas, f es una función definida sobre un intervalo que contiene el punto $x = a$ en su interior.

	Sí	**No**
Si $\lim_{x\to a} f(x) = 4$ entonces $f(a) = 4$		
Si $\lim_{x\to a} \lvert f(x)\rvert = 0$ entonces $\lim_{x\to a} f(x) = 0$		
Si $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)-5}{x-a} = 4$ entonces $\lim_{x\to a} f(x) = 5$		
Si f es continua en $x = a$ entonces f es diferenciable en $x = a$		
La tasa de cambio promedio de $f(x) = \dfrac{2}{x}$ en $[1, 5]$ es igual a $-\frac{2}{5}$		
$\lim_{x\to 5}(x-5)\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{5}\right) = -25$		
$\lim_{x\to 5}\dfrac{1}{x-5}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{5}\right) = \dfrac{-1}{25}$		
$\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin(\pi x)}{x} = 1$		
$\lim_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{x-1} = 4$		
Si $\lim_{x\to 1} \lvert f(x)\rvert = 4$ entonces $\lim_{x\to 1} f(x) = 4$		

(2) (6 Pts.) Sea f la función definida sobre $\mathbb{R}$ por:

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 7, & x < 3 \\ 4, & x = 3 \\ \sqrt{16 + x^2}, & x > 3 \end{cases}$$

Determine los siguientes limites si existen.

(a) $\lim_{x \to -5} f(x) =$

(b) $\lim_{x \to 3} f(x) =$

(3) (6 Pts.) Suponemos que $\lim_{x \to a} f(x) = -5$, $\lim_{x \to a} g(x) = 9$. Determinar los siguientes limites si existen.

(a) $\lim_{x \to a} (6f(x) - 3g(x))$

(b) $\lim_{x \to a} \dfrac{6f(x) - 3g(x)}{(g(x))^2}$

(c) $\lim_{x \to a} \sqrt{6f(x) + 5g(x)}$

(4) (25 Pts.) Evalue (si existen) los siguientes límites. **Explique su contestación**.

(a) $\lim\limits_{x\to\pi}\left[x^2\dfrac{\sin(x)}{x-\pi}\right] =$

(b) $\lim\limits_{x\to 2}\left[\dfrac{x^2-4}{x^2-2x}\right] =$

(c) $\lim\limits_{x\to -5}\left[\dfrac{\sqrt{4x^2-36}-8}{x+5}\right] =$

(d) $\lim\limits_{x\to 1}\left[\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{2}{x^2-1}\right] =$

(e) $\lim_{x \to -3} \left[\dfrac{x^2 + 8x + 15}{3x^2 - 5x - 42} \right] =$

(5) (5 Pts.) Enuncie **con precisión** el Teorema del Valor Intermedio.

(6) (6 Pts.) Sea $f(x) = (2x+5)^2 + 4x\sin(\pi x)$ para $x \in \mathbb{R}$. Demuestre (**explique su contestación**) que la ecuación $f(x) = 20$ tiene por lo menos una solución en $\mathbb{R}$.

(7) (4 Pts.) (*Avalúo*) Usando el concepto de límite (*no la definición de límite*), provee la siguiente definicíon:

Definición: Sea f una función definida sobre un intervalo abierto que contiene el punto c. Entonces se dice que f es **diferenciable en** $x = c$ si

(8) (10 Pts.) Encuentre los valores de A y B tales que $f(x) = \begin{cases} -A^2x + 5B, & \text{if } x \leq -5 \\ 20 - x, & \text{if } -5 < x < 10 \\ Bx - 10, & \text{if } x \geq 10. \end{cases}$

sea **continua** para todos los números reales x.

(9) (12 Pts.) (*Avalúo*) Consideramos la función f definida por $f(x) = \dfrac{24}{x^2 - 5}$.

(a) (**8 Pts**) Evalue $f'(3)$ **usando la definición de la derivada**.

$f'(3) = \lim\limits_{\to}$

(b) (**4 Pts**) Halla una ecuación de la **recta tangente** a la gráfica de f en el punto $(3, f(3))$. (**Nota**. Escribir la ecuación en la forma $y = mx + b$).

(10) (20 Pts.) Calcula las siguientes derivadas (*No tiene que simplificar*):

(a) $\dfrac{d}{dx}\left[(1-\sqrt{x})(4x^3-12x-9)\right]$

(b) $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{x^3-x}{5x^2+x-8}\right]$

(c) $\dfrac{d}{dx}\left[(1-\sin x)(x^2+9)\right]$

(d) $\dfrac{d}{dx}\left[\pi^9+5x\tan x\right]$

(11) (6 Pts.) Se provee la siguiente información sobre una función H definida sobre un intervalo abierto que contiene $x=0$: para $x \neq 0$, $\dfrac{\sin^2(3x)}{2x^2(1+4x^2)} < H(x) < \dfrac{9}{2}\cos^3 x$.
Determine (si existe, y justifique su contestación):

$\lim_{x\to 0} H(x) =$

Nota. Recuerde que $f'(a)=\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$; $\dfrac{d}{dx}\cos x=-\sin x$, $\dfrac{d}{dx}\sin x=\cos x$.

Problemas de avalúo del Examen I
Examen Departamental III
Mate 3151
Segundo Semestre 2014-2015

Sección:
Profesor:
Entregar a la Sra. Ivonne Febres.

Pregunta	0pt	1pt	2pts	3pts	4pts	5pts	6pts	7pts	8pts
(7)						X	X	X	X
(9) (a)									
(9) (b)						X	X	X	X