Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
Departamento de Matemáticas
MATE 3151; Examen Departamental III, 26 de noviembre de 2014

Apellidos: ____________________ ____________________Nombre ____________________
No. Estudiante: ________________Profesor: ________________Sección ________________

Instrucciones

Las reglas para este examen son las siguentes.

(1) **Para obtener créditos, se debe justificar todas las contestaciones**
(2) NO SE PERMITE USO DE CELULARES.
(3) NO SE PERMITE USO DE CALCULADORAS.
(4) NO SE PERMITE USO DE CUALQUIER OTRO APARATO ELECTRÓNICO.

Firma del estudiante:

(1) (20 Pts.) Calcular las siguentes **integrales indefinidas**.

(a) $\displaystyle\int \frac{e^{-x}}{4+e^{-x}}\,dx =$

(b) $\displaystyle\int \frac{e^{-x}+5}{e^{-x}}\,dx =$

(c) $\displaystyle\int \frac{105x^6}{\sqrt[3]{1-x^7}}\,dx =$

(d) $\displaystyle\int (4x^3 + 4x^2) \cdot \sqrt{x+1}\, dx =$
(Indicación: poner $u = x + 1$)

(e) $\displaystyle\int 20 \sin(5\theta - 10)\, d\theta =$

(2) (16 Pts.) Sea $f(x) = 48 - 12x$ para $x \in [0, 4]$. Sea $P := \{0, \frac{1}{2}, 1, 2,\ 3, 4\}$ una partición de $[0, 4]$, es decir, $x_0 = 0,\ x_1 = \frac{1}{2},\ x_2 = 1,\ x_3 = 2,\ x_4 = 3,\ x_5 = 4$.

Notación: para $0 \le k \le 5$, escribimos: $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k$, $M_k = f(x_k)$, $m_k = f(x_{k+1})$.
Use la tabla para contestar las preguntas que siguen.

I_k	Δx_k	M_k	$M_k \Delta x_k$	m_k	$m_k \Delta x_k$	s_k	$f(s_k)$	$f(s_k)\Delta x_k$
Total		XXX		XXX		XXX	XXX	

(a) (4 pts) Evalue la suma de Riemann, $\mathcal{R}(f, P)$, usando para $0 \le k \le 4$, $s_k =$ el **punto medio** del intervalo $[x_k, x_{k+1}]$.

$\mathcal{R}(f, P) =$

(b) (4 pts) Evalue la suma de Riemann $U(f,P)$, usando para $0 \leq k \leq 4$, s_k = la **extremidad izquierda** del intervalo $[x_k, x_{k+1}]$.

$U(f,P) =$

(c) (4 pts) Evalue la suma de Riemann $L(f,P)$, usando para $0 \leq k \leq 4$, s_k = la **extremidad derecha** del intervalo $[x_k, x_{k+1}]$.

$L(f,P) =$

(d) (4 pts) Calcule la integral definida $\displaystyle\int_0^4 f(x)dx$

(3) (5 Pts.)(**Avalúo**) Proveer el enunciado preciso de la **primera parte del Teorema Fundamental del Cálculo** para una función continua sobre el intervalo $[a,\ b]$.

(4) (12 Pts.)(**Avalúo**) Contestar las siguientes preguntas.

(a) Calcular $\displaystyle\frac{d}{dx}\left(\int_1^x \frac{9t^4\cos t}{18+t^3}\,dt\right) =$

(b) Calcular $\displaystyle\frac{d}{dx}\left(\int_e^4 \sin^3(t^4+5)\ln(1+8t^6)\,dt\right) =$

(c) Sea $F(x) = x^3 \int_4^{-2x} 2\sin(\frac{\pi t}{8}) \tan^2\left(\frac{\pi}{t^2+4}\right)\, dt$. Calcular $F'(2)$.

(5 Pts.) Proveer el enunciado preciso de la **segunda parte del Teorema Fundamental del Cálculo** para una función continua f sobre el intervalo $[a,\, b]$.

(5) (20 Pts.) Calcule las integrales definidas:

(a) (5 pts.) $\int_0^2 20x^4\sqrt{1+2x^5}dx$

(b) (5 pts.) $\int_0^1 (5x^{2/3} - 3x^{2/5})dx$

(c) (5 pts.) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 24 \sin^5(x) \cos(x) dx$

(d) (5 pts.) $\int_0^{\pi^4} \frac{\ln(t+\pi^4)}{t+\pi^4} dt$

(6) (12 Pts.) Calcule las siguientes integrales definidas.

(a) $\int_0^{\sqrt{\ln 3}} \frac{d}{dx}\left(24\sqrt{e^{2x^2}+16}\right)\, dx =$

(b) $\int_{-1}^{0} x^3(x^2+1)^6\, dx =$
(Indicación: poner $u = x^2 + 1$)

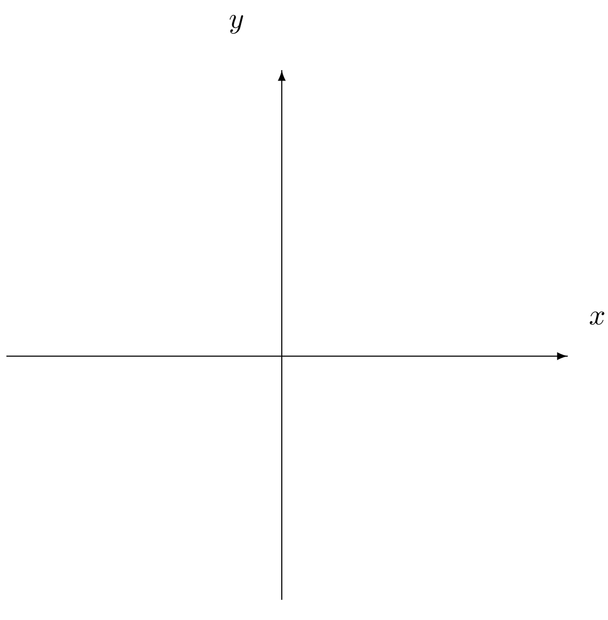
(c) $\int_0^{\sqrt{\pi}/2} x \cos(x^2)\, dx =$

(7) (10 Pts.) Consideramos la función $f(x) = 1 + 12e^{3x}$.

(a) (5 pts). Determine el **valor promedio** de $f(x)$ sobre el intervalo $[0, 2]$.

(b) (5 pts). Encuentre todos los números c en el intervalo $(0, 2)$ que satisfacen la conclusión del **Teorema del Valor Medio para Integrales**.

(8) (12 Pts.) Designamos por Ω la región de plano acotada por las gráficas de las funciones $y = x^2$ y $y = 2x + 8$. **Dibuje** la región Ω. Ω y calcule el **área** A de Ω.



$A=$

Nota. $a^x = e^{x \ln a}$ and $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$; $\frac{d}{dx} e^x = e^x$ and $\frac{d}{dx} \ln |x| = \frac{1}{x}$; $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$ and $\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$

$\frac{d}{dx} \int_a^x f(s)ds = f(x)$; $\int_a^b f(x)dx = G(b) - G(a)$ if $G'(x) = f(x)$.

Chain Rule: $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

Problemas de avalúo del Examen III
Examen Departamental III
Mate 3151
Primer Semestre 2014-2015

Sección:
Profesor:
Entregar a la Sra. Ivonne Febres.

Pregunta	0pt	1pt	2pts	3pts	4pts	5pts
3						
4 (a)						X
4 (b)						X
4 (c)						X