Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
Departamento de Matemáticas
MATE 3151; Examen Departamental I, 24 de septiembre de 2014

Apellidos: ______________________ ______________________Nombre ______________________
No. Estudiante: __________________Profesor: __________________Sección ________________

Instrucciones

Las reglas para este examen son las siguentes.

(1) **Para obtener créditos, se debe justificar las contestaciones**
(2) NO SE PERMITE USO DE CELULARES.
(3) NO SE PERMITE USO DE CALCULADORAS.
(4) NO SE PERMITE USO DE CUALQUIER OTRO APARATO ELECTRÓNICO

Firma

(1) (**20 Pts**) Consideramos la función f definida por: $f(x) = \begin{cases} -x^2+20, & x < -5 \\ \dfrac{-25}{10+x}, & -5 \leq x < 2, \\ 5-x, & 2 \leq x < 4, \\ 6, & x = 4 \\ \dfrac{\sqrt{5x-4}-4}{x-4}, & x > 4. \end{cases}$

Determine los siguientes límites (si existen, si no, indicalo):

(a) $\lim\limits_{x\to -5^-} f(x) =$	(f) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) =$
(b) $\lim\limits_{x\to -5^+} f(x) =$	(g) $\lim\limits_{x\to -12} f(x) =$
(c) $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x) =$	(h) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) =$
(d) $\lim\limits_{x\to 4} f(x) =$	(i) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) =$
(e) $\lim\limits_{x\to -5} f(x) =$	(j) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) =$

(2) (**4 Pts**) Determine si la función f del problema anterior es continua en los siguientes puntos. Si no, indica el tipo de discontinuidad.

(a) $x = -5$:

(b) $x = 2$:

(c) $x = 3$:

(d) $x = 4$:

(3) (**5 Pts**) Encuente las asíntotas **verticales y horizontales**, si hay, para la gráfica de la función definida por: $F(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 - 12}$. **Justifique su contestación**.

(4) (**4 Pts**) Suppongamos que $\lim_{x\to c} \dfrac{4f(x)-16}{x-c} = 49$. Contestar las siguientes preguntas (**justificando la contestación**).

(a) Halla $\lim_{x\to c} f(x)$

(b) Halla $\lim_{x\to c} \sqrt{f(x)}$

(5) (**6 Pts**) Dado que $\lim_{x\to c} f(x) = 7$, $\lim_{x\to c} g(x) = 0$, $\lim_{x\to c} h(x) = -5$, evalue los límites (si existen).

(a) $\lim_{x\to c} \left[\dfrac{g(x)+8f(x)}{g(x)}\right] =$	(d) $\lim_{x\to c} [5-3g(x)]^2 =$
(b) $\lim_{x\to c} \dfrac{g(x)}{h(x)} =$	(e) $\lim_{x\to c} [h(x)]^3 =$
(c) $\lim_{x\to c} \dfrac{h(x)}{x-c} =$	(f) $\lim_{x\to c} \dfrac{6}{f(x)-h(x)} =$

(6) (**12 Pts**) Evalue (si existen) los siguientes límites. **Explique su contestación**.

(a) $\lim_{x\to 0} \left[\dfrac{\tan(\pi x)}{x^2+5x}\right] =$

(b) $\lim_{x\to 2} \left[\dfrac{\sqrt{3x^2+x+2}-4}{x-2}\right] =$

(c) $\lim_{x \to -3} \left[\dfrac{x^2 - 2x - 15}{x^2 + 4x + 3} \right] =$

(7) (**4 Pts**) Usando el concepto de límite (*no la definición de límite*), provee la siguiente definiciíon:

Definición: Sea f una función definida sobre un intervalo abierto que contiene el punto c. Entonces se dice que f es **continua en** $x = c$ si

(8) (**6 Pts**) Encuentre los valores de A y B tales que $f(x) = \begin{cases} Ax + B, & \text{if } x \leq 2 \\ x + 7, & \text{if } 2 < x < 5 \\ Bx - A, & \text{if } x \geq 5. \end{cases}$

sea continua para todos los números reales x.

A=	B=

(9) (**15 Pts**) [**Avalúo**]

(a) (**4 Pts**) Usando el concepto de límite (*no la definición de límite*), provee la siguiente definicíon:

Definición: Sea f una función definida sobre un intervalo abierto que contiene el punto c. Entonces se dice que f es **diferenciable en** $x = c$ si:

$$\boxed{}$$

(b) (**8 Pts**) Consideramos la función f definida por $f(x) = \sqrt{3x^2 + x + 2}$.

(i) (**5 Pts**) Evalue $f'(2)$ by **usando la definición de la derivada**.

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{\to} \\ &= \end{aligned}$$

(ii) (**3 Pts**) Halla una ecuación de la **recta tangente** a la gráfica de f en el punto $(2, f(2))$. (**Nota**. Escribir la ecuación en la forma $y = mx + b$).

(10) (**20 Pts**) Calcula las siguientes derivadas:

(a) $\dfrac{d}{dx}\left[(1-x)(x^2+3x-9)\right]$

(b) $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{1-x}{x^2+3x-9}\right]$

(c) $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{1-\cos x}{x}\right]$

(d) $\dfrac{d}{dx}\left[(1-x\cos x)(x^2+1)\right]$

(e) $\dfrac{d}{dx}\left[\pi^2+\sin^2 x+\cos^2 x\right]$

(11) (**5 Pts**) Enuncia el **Teorema del Valor Intermedio:**

(12) (**6 Pts**) Let $f(x)=(x+5)^2(9-x)^2\sin^3(\pi x^2)+4x^3$. Demuestre (**explique su contestación**) que la ecuación $f(x)=1000$ tiene por lo menos una solución en $\mathbb{R}$.

Problema de avalúo

Examen Departamental I

Mate 3151

Primer Semestre 2014-2015

Sección:
Profesor:
Entregar a la Sra. Ivonne Febres.

Pregunta	0pt	1pt	2pts	3pts	4pts	5pts		
(9)(a)								
(9)(b)(i)								
(9)(b)(ii)								