

UPR : Río Piedras

Departamento de Matemáticas

Mate 3024: Primer Examen Parcial I

Nombre: _____ sección: _____
de Estudiante: _____ 29 de febrero 2011

- Muestre su trabajo. Para recibir crédito, sus respuestas deben estar bien escritas, propiamente justificadas y bien organizadas.
 - Por favor, apague el teléfono celular y cualquier otro aparato electrónico que pueda interrumpir a otros tomando el examen. El teléfono celular no puede estar sobre el pupitre ni en la cercanía del examen. Es recomendable guardarlo en su mochila. El profesor tiene la potestad de anular el examen de cualquier estudiante que utilice el celular.
 - Esta prueba es de 2 horas. NO SE PERMITEN CALCULADORAS.
1. **Cierto o Falso** Determine la veracidad de las siguientes afirmaciones. Si la afirmación es falsa, dar un contraejemplo o dar una explicación justificando su contestación (no se dará crédito por sólo afirmar que es falsa). Cada uno tiene un valor de 4 puntos.

a) La función a^x es siempre una función creciente para $a \geq 1$.

b) Sean A y B números reales positivos arbitrarios, entonces

$$\ln A \cdot \ln B = \ln A + \ln B.$$

c) Si $f(1) = 3$ y $g(3) = 5$, entonces $g(f(1)) - 3 = 2$.

d) El dominio de la función $f(x) = \log_3 x^2$ es el conjunto de números reales positivos.

2. Sea $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = x^2 + 2$. Encuentre lo siguiente:

a) (2 pts) $(f \circ g)(2)$

b) (2 pts) $f(x + 1) - g(x + 1)$

c) (4 pts) $(f \circ g)(x)$

3. (3 pts) Encontrar f y g tal que $f \circ g = (2x + 3)^4$.

4. (5 pts) Encontrar la función inversa de la función inyectiva $f(x) = \frac{3x}{x + 2}$.

5. (5 pts) Si $4^x = 7$, entonces 4^{-2x} es igual a ?

6. (4 pts) Sea f una función de los números naturales a los números reales definida por:

$$f(n) = \begin{cases} \log_3 n & \text{si } n \text{ es una potencia de } 3 \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Encuentre

$$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + \cdots + f(100).$$

7. (5 pts) Expresar y como función de x . La constante C es un número positivo.

$$\ln y = \ln x + \ln(x + 1) + \ln C.$$

8. Resolver:

▪ (6 pts) $5^{x^2+8} = 125^{2x}$

▪ (6 pts) $\ln e^{-2x} = 8$

▪ (6 pts) $\pi^{1-x} = e^x$

▪ (6 pts) $x^9 \log^{10}(x+3) - 3x^8 \log^{10}(x+3) = 0$

9. Dado que $P(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$, $Q(x) = x^7 + 3x^6 + x^4 + 2x^3 - x^2 + 7$ y $R(x) = x^2 + 2x - 1$.

a) (4 pts) Encuentre $P(x) + Q(x) + R(x) =$.

b) (4 pts) Encuentre $Q(x) - P(x) =$

c) (4 pts) Encuentre $P(x)Q(x) =$

d) (4 pts) Encuentre el cociente y el residuo al dividir $P(x)$ entre $R(x)$.

10. Factorizar completamente sobre los enteros:

a) (4 pts) $x^3 + 2x^2 - x - 2$

b) (4 pts) $4 - 14x^2 - 8x^4$

11. (4 pts) Use división sintética para encontrar el cociente y el residuo al dividir $x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ entre $x + 1$. Muestre el proceso para obtener su contestación.

12. (4 pts) Use división sintética para determinar si $x - \frac{1}{2}$ es un factor de $2x^4 - x^3 + 2x - 1$.

13. (5 pts) La fórmula $D = 5e^{-0.4h}$ puede ser usada para encontrar el número de mililitros D de cierta droga que hay en la torrente sanguínea de un paciente después de h horas de que la droga fue administrada (se administra mediante una inyección). Cuando el número de mililitros alcanza 2, la droga tiene que ser administrada de nuevo. ¿Cuánto es el tiempo entre inyecciones?

14. (4 pts) En la siguiente figura se presenta la grafica de una función uno a uno. Trace la grafica de su función inversa.

