UPR

Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

MATE 3024

Examen Final
21 de enero de 2011

Nombre:

No. de estudiante: ______________ Profesor: ______________ Sección: ________

Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba es de 2 horas.
2. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (20 problemas) y otra de respuesta libre (5 problemas).
3. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (CELULARES, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUMPIR A SUS COMPAÑEROS

Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	21	
3	24	
4	15	
5	20	
6	30	
Total:	110	

Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Realice las operaciones indicadas y simplifique el resultado. Deje su contestación en forma factorizada. $\dfrac{x^2+8x+15}{x^2+12x+35} \cdot \dfrac{x^2+7x}{x^2+7x+12}$.

   A. $\dfrac{x^2+7x}{x+4}$
   C. $\dfrac{1}{x+4}$
   B. $\dfrac{x}{x+4}$
   D. $\dfrac{x}{x^2+12x+35}$

2. (3 puntos) Encuentre el período fundamental de $y = -4\,\text{sen}\,(8\pi x + 4)$.

   A. 8π
   C. $\dfrac{1}{4}$
   B. $\dfrac{\pi}{4}$
   D. $\dfrac{1}{8}$

3. (3 puntos) Encuentre el valor exacto de $\tan(345°)$.

   A. $-2-\sqrt{3}$
   C. $2+\sqrt{3}$
   B. $\dfrac{2-\sqrt{3}}{4}$
   D. $\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$

4. (3 puntos) Cambie grados a radianes $-480°$.

   A. $-\dfrac{8\pi}{3}$
   C. $-\dfrac{9\pi}{4}$
   B. $-\dfrac{3\pi}{8}$
   D. $-\dfrac{7\pi}{2}$

5. (3 puntos) Dado el número real t, sea $P(t) = \left(-\dfrac{\sqrt{21}}{5}, \dfrac{2}{5}\right)$ el punto en el círculo unitario que le corresponde a t. Encuentre $\cot(t)$.

   A. $\dfrac{2}{5}$
   C. $-\dfrac{\sqrt{21}}{2}$
   B. $\dfrac{\sqrt{21}}{5}$
   D. $-\dfrac{5}{2}$

6. (3 puntos) Dado que $\text{sen}\,(\theta) = 0.8$, entonces el valor exacto de $\text{sen}\,(\theta) + \text{sen}\,(\theta + 2\pi) + \text{sen}\,(\theta + 4\pi)$ es:

   A. 2.4
   C. 4.4
   B. 0.8
   D. $2.4 + 6\pi$

7. (3 puntos) Indique el cuadrante de θ, si $\csc(\theta) > 0$, $\sec(\theta) > 0$.

   A. I
   C. III
   B. II
   D. IV

8. (3 puntos) Encuentre el valor exacto de: $\log_{10}(1000)$.

A. -3
B. 3
C. 30
D. $\frac{1}{1000}$

9. (3 puntos) Resuelva, sobre los reales $\mathbb{R}$, la ecuación $\log(3x) = \log(4) + \log(x-1)$.

A. $\{\frac{3}{2}\}$
B. $\{4\}$
C. $\{-\frac{4}{7}\}$
D. $\{-4\}$

10. (3 puntos) Factorice completamente $6x^2 - 26x - 20$. Si no factoriza indique que el polinomio es primo.

A. $2(3x-2)(x+5)$
B. $(6x+4)(x-5)$
C. $2(3x+2)(x-5)$
D. primo

11. (3 puntos) ¿Cuál de los siguientes polinomios $P(x)$, con coeficientes reales todos, tiene grado 4 y ceros $-1,\ 2,\ 1-2i$?

A. $P(x) = x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10$
B. $P(x) = x^4 - x^3 + x^2 + 9x - 10$
C. $P(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6$
D. $P(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 - 5x - 10$

12. (3 puntos) Utilice el teorema del residuo para encontrar el residuo al dividir $5x^6 - 3x^3 + 8$ por $x+1$.

A. 16
B. 6
C. 10
D. 8

13. (3 puntos) Haga una lista de los potenciales ceros racionales del polinomio $Q(x) = x^5 - 6x^2 + 4x + 10$. No encuentre los ceros.

A. $\pm1, \pm5, \pm2$
B. $\pm1, \pm\frac{1}{5}, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{10}$
C. $\pm1, \pm5, \pm2, \pm10$
D. $\pm1, \pm\frac{1}{5}, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{10}, \pm5, \pm2, \pm10$

14. (3 puntos) Utilice las fórmulas de medio ángulo para encontrar el valor de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

A. $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$
B. $-\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$
C. $-\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$
D. $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

15. (3 puntos) Encuentre el valor exacto de $\operatorname{sen}\left(\operatorname{sen}^{-1}(8)\right)$.

A. 1
B. -8
C. 8
D. no está definido

16. (3 puntos) Encuentre el valor exacto de $\sec\left(\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right)$.

A. $\sqrt{3}$ C. 2

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

17. (3 puntos) Dada la función $y = -\frac{1}{2}\cos(2x - 2\pi)$, encuentre (i) la amplitud, (ii) el período fundamental, (iii) el cambio en fase.

A. (i) $\frac{1}{2}$ (ii) π (iii) π C. (i) 2 (ii) π (iii) π

B. (i) $\frac{1}{2}$ (ii) π (iii) $\frac{\pi}{2}$ D. (i) 2 (ii) 2π (iii) 2π

18. (3 puntos) Dado que $\sec(\theta) = \frac{9}{8}$ y que θ está en el cuadrante IV. Encuentre $\tan(\theta)$.

A. $-\frac{9}{8}$ C. $-\sqrt{17}$

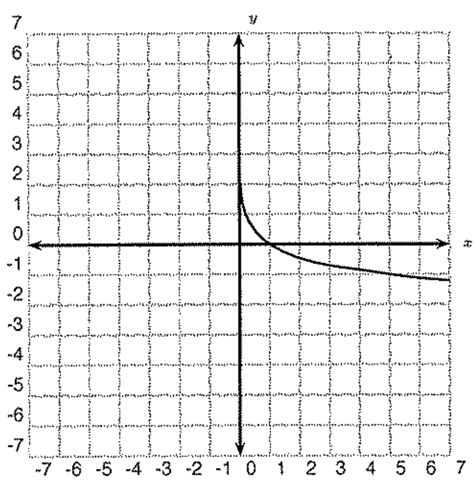
B. $-\frac{\sqrt{17}}{9}$ D. $-\frac{\sqrt{17}}{8}$

19. (3 puntos) Si $f(\theta) = \cos(\theta)$ y $f(a) = \frac{1}{5}$, encuentre el valor exacto de $f(-a)$.

A. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

20. (3 puntos) ¿Cuál de las funciones logarítmicas de abajo tiene la gráfica como en la figura?



A. $\log_5(x)$ C. $1 - \log_5(x)$

B. $\log_5(-x)$ D. $-\log_5(x)$

Parte II. Respuesta Libre

21. (10 puntos) Encuentre las partes restantes del triángulo $\triangle ABC$, si $a = 3$, $b = 6$ y $c = 3\sqrt{3}$.

$\alpha =$ ________

$\beta =$ ________

$\gamma =$ ________

22. (10 puntos) Encuentre las partes indicadas del triángulo $\triangle ABC$, si $b = 10$, $c = 15$ y $\alpha = 60°$.

$a =$ ________

23. (10 puntos) Un guardabosques que está a 102 pies de la base de un árbol gigante observa que el ángulo de elevación entre el suelo y el tope del árbol es de $60°$. Encuentre la altura del árbol.

24. (10 puntos) Verifique la identidad $\cos(4\alpha) = 2\cos^2(2\alpha) - 1$.

25. (10 puntos) Verifique la identidad $\frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] = \operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta)$.