



Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

**MATE
3023**

Examen Final
7 de junio de 2011

Nombre:

No. de estudiante: _____ Profesor: _____ Sección: _____

Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba es de 2 horas.
2. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (20 problemas) y otra de respuesta libre (5 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
3. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (CELULARES, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUPTIR A SUS COMPAÑEROS

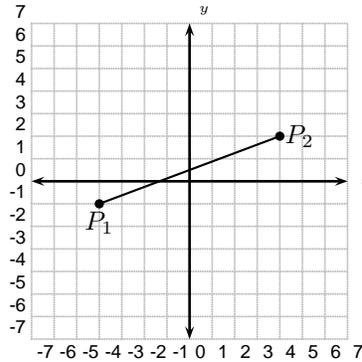
Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	15	
3	15	
4	21	
5	19	
6	18	
7	22	
Total:	110	

Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Encuentre la distancia $d(P_1, P_2)$ entre los puntos P_1 y P_2 ilustrados en la gráfica.



- A. 24
B. 5
C. $\sqrt{55}$
D. $\sqrt{73}$
2. (3 puntos) Dado que $(1, -5)$ es uno de los puntos extremos en un segmento de recta y que $(5, 0)$ es el punto medio del segmento de recta, encuentre el otro punto extremo.
- A. $(9, 5)$
B. $(9, -10)$
C. $(11, 3)$
D. $(-7, -15)$
3. (3 puntos) Encuentre el punto medio del segmento de recta que une a los puntos $P_1 = (8y, 6)$ y $P_2 = (9y, 7)$.
- A. $(\frac{13y}{2}, \frac{17}{2})$
B. $(17y, 13)$
C. $(y, 1)$
D. $(\frac{17y}{2}, \frac{13}{2})$
4. (3 puntos) Escriba la ecuación en la forma pendiente-intercepto: $8x - 9y = 4$
- A. $y = 8x - 4$
B. $y = \frac{8}{9}x - \frac{4}{9}$
C. $y = \frac{9}{8}x + \frac{4}{8}$
D. $y = \frac{8}{9}x + \frac{4}{9}$
5. (3 puntos) Encuentre la ecuación, en forma general, de la recta que pasa a través de los puntos $(7, -2)$ y $(5, 1)$.
- A. $-3x + 2y = 17$
B. $3x + 2y = 17$
C. $-9x - 4y = -41$
D. $9x + 4y = -41$

6. (3 puntos) Indique el vértice y los interceptos de la gráfica de $f(x) = x^2 + 10x + 25$.

- A. vértice $(-5, 0)$: interceptos $(0, 25), (-5, 0)$ C. vértice $(-5, 25)$: intercepto $(0, 50)$
 B. vértice $(5, 25)$: intercepto $(0, 50)$ D. vértice $(5, 0)$: interceptos $(0, 25), (5, 0)$

7. (3 puntos) Dado que $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x}$, encuentre $f(3)$.

- A. $\sqrt{34}$ C. $\sqrt{14}$
 B. $\sqrt{30}$ D. $2\sqrt{6}$

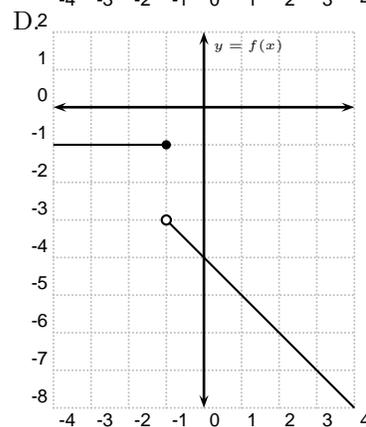
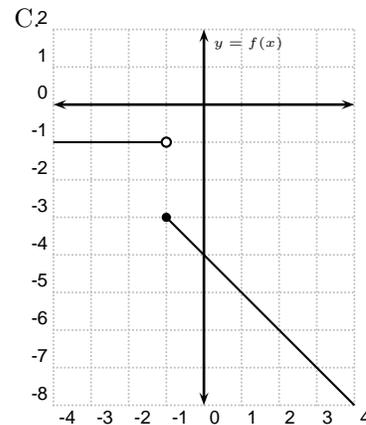
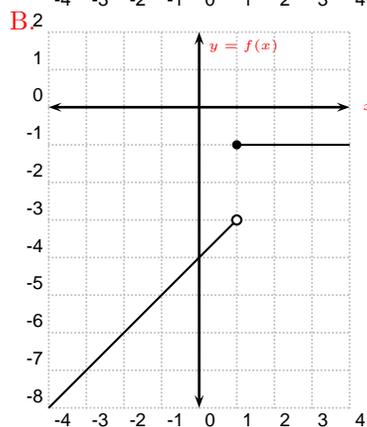
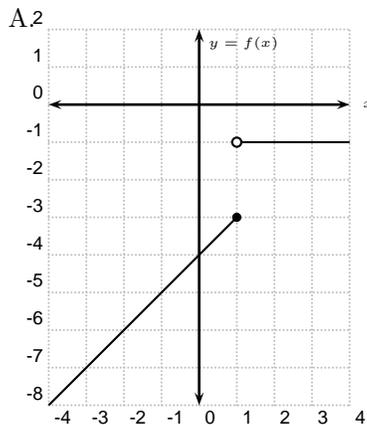
8. (3 puntos) Escriba, en forma estándar, la ecuación del círculo de radio r y centro (h, k) dado a continuación: $r = 6$; $(h, k) = (-1, -10)$.

- A. $(x + 1)^2 + (y + 10)^2 = 36$ C. $(x - 1)^2 + (y - 10)^2 = 36$
 B. $(x - 1)^2 + (y - 10)^2 = 6$ D. $(x + 1)^2 + (y + 10)^2 = 6$

9. (3 puntos) Dado que $f(x) = |x| - 9$, encuentre $-f(x)$.

- A. $-|x| - 9$ C. $|-x| - 9$
 B. $|-x| + 9$ D. $-|x| + 9$

10. (3 puntos) Indique cuál de las siguientes es la gráfica de la función $f(x) = \begin{cases} x - 4, & \text{para } x < 1 \\ -1, & \text{para } x \geq 1 \end{cases}$.



18. (3 puntos) Resuelva la desigualdad. Dé su contestación en notación de intervalo. $\frac{x-8}{x+7} < 0$

A. $(-\infty, -7) \cup (8, +\infty)$

C. $(-7, 8)$

B. $(8, +\infty)$

D. $(-\infty, -7)$

19. (3 puntos) Utilice el teorema binomial para desarrollar completamente la expresión: $(2x - 1)^5$.

A. $(4x^2 - 4x + 1)^5$

C. $32x^5 + 10x^4 - 40x^3 - 40x^2 + 10x - 1$

B. $32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$

D. $32x^5 - 16x^4 + 8x^3 - 4x^2 + 2x - 1$

20. (3 puntos) ¿Cuál es el coeficiente de x^8 en el desarrollo de $(x^2 - 3)^7$?

A. 945

C. -945

B. 2835

D. -2835

Parte II. Respuesta Libre

21. (Notación Sigma.)

(a) (5 puntos) Exprese la suma siguiente en notación sigma

$$1^5 + 2^5 + 3^5 + \cdots + 9^5.$$

(b) (5 puntos) Encuentre el valor exacto de $\sum_{k=1}^6 (5k + 3)$.

Solution: The answer to question 1.

22. (Sucesiones aritméticas.)

(a) (4 puntos) Encuentre la diferencia común para la siguiente sucesión aritmética: $-1, 1, 3, \dots$

(b) (6 puntos) Encuentre a_{90} de la sucesión de la parte (a).

Solution: The answer to question 2.

23. (8 puntos) Defina la sucesión $\{a_n\}$ recursivamente como sigue:

$$a_1 = -2, \quad a_n = n + a_{n-1}.$$

Encuentre los primeros cinco términos de la sucesión.

Solution: The answer to question 3.

24. (a) (6 puntos) Encuentre la suma $4 + 14 + 24 + \cdots + (10n - 6)$.

(b) (6 puntos) Encuentre la suma $\frac{3}{9} + \frac{3^2}{9} + \frac{3^3}{9} + \cdots + \frac{3^n}{9}$.

Solution: The answer to question 4.

25. (10 puntos) (Inducción Matemática.) Demuestre, por inducción matemática, que la siguiente fórmula es cierta para todo número natural n ,

$$1 + 5 + 9 + \cdots + (4n - 3) = n(2n - 1), \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Solution: The answer to question 5.