

# Complejo de cadenas

---

En álgebra abstracta un conjunto  $\{A_i, \delta_i\}$  consistente en estructuras algebraicas  $A_i$  (ya sea grupos abelianos o anillos o módulos o espacios vectoriales) y  $\delta_i$  morfismos (según sea la categoría), se llama **complejo de cadenas** si la construcción

$$\dots \rightarrow A_{n+1} \xrightarrow{\delta_{n+1}} A_n \xrightarrow{\delta_n} A_{n-1} \rightarrow \dots$$

satisface  $\delta_n \circ \delta_{n+1} = 0$ . Esta última condición implica  $\mathbf{im} \delta_{n+1} \subseteq \mathbf{ker} \delta_n$  para toda  $n$ . Este concepto es clave para entender lo que es la **homología**.

## Índice

---

### Notación

### La homología

### Morfismo entre cadenas

### Como categoría

### Referencia

#### Bibliografía

### Véase también

## Notación

---

El símbolo  $A_\bullet$  se utiliza para designar al par  $\{A_i, \delta_i\}$ .

## La homología

---

A las estructuras cociente

$$H_n(A_\bullet) = \frac{\mathbf{ker} \delta_n}{\mathbf{im} \delta_{n+1}}$$

se les llama **grupos de homología** del complejo de cadenas  $A_\bullet$ .

Esta última construcción es muy importante en la topología algebraica, pues conforma una de sus principales herramientas.

## Morfismo entre cadenas

---

$$\begin{array}{ccccccc}
 \dots & \longrightarrow & A_{q+1} & \xrightarrow{\delta_{q+1}} & A_q & \xrightarrow{\delta_q} & A_{q-1} & \longrightarrow & \dots \\
 & & \downarrow f_{q+1} & & \downarrow f_q & & \downarrow f_{q-1} & & \\
 \dots & \longrightarrow & B_{q+1} & \xrightarrow{\gamma_{q+1}} & B_q & \xrightarrow{\gamma_q} & B_{q-1} & \longrightarrow & \dots
 \end{array}$$

cadena-morfismo  $f_\bullet = \{f_i\}$ .

Un morfismo (de grado cero) entre dos complejos  $A_\bullet = \{A_q, \delta_q\}$  y  $B_\bullet = \{B_q, \gamma_q\}$  es un conjunto  $f_\bullet = \{f_q\}$  de morfismos entre las estructuras algebraicas  $A_q \xrightarrow{f_q} B_q$  tales que  $f_q \circ \delta_{q+1} = \gamma_{q+1} \circ f_{q+1}$ . Simbólicamente  $f_\bullet: A_\bullet \rightarrow B_\bullet$  indica lo mismo.

Un morfismo de grado  $d$  corresponde

a una familia de morfismos  $A_q \xrightarrow{g_q} B_{q-d}$  con la misma propiedad  $g_q \circ \delta_{q+1} = \gamma_{q+1} \circ g_{q+1}$

## Como categoría

Desde el punto de vista de teoría de categorías tenemos la categoría de complejos de cadenas y los cadena-morfismos. Una utilización de ésta consideración es que las principales teorías de la topología algebraica tales como la homología, cohomología y la homotopía son verdaderos funtores que asignan -por ejemplo la homología- a un par topológico  $(X, A)$  una familia de grupos abelianos  $\{H_n(X, A)\}$  que formarán una complejo de cadenas  $\dots \rightarrow H_i(A) \rightarrow H_i(X) \rightarrow H_i(X, A) \rightarrow H_{i-1}(A) \rightarrow \dots$  y donde un mapeo continuo  $f: (X, B) \rightarrow (Y, B)$  entre pares topológicos induce un conjunto de morfismos  $f_\#: H_i(A) \rightarrow H_i(B)$ ,  $f_\#: H_i(X) \rightarrow H_i(Y)$  y  $f_\#: H_i(X, A) \rightarrow H_i(Y, B)$  con las propiedades suficientes para así considerarle como un cadena-morfismo.

## Referencia

### Bibliografía

- Jean Dieudonné, *A History of Algebraic and Differential Topology 1900-1960*, Birkhäuser, 1989. ISBN 0-8176-3388-X, ISBN 3-7643-3388-X

### Véase también

- funtores
- cohomología.

Obtenido de «[https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Complejo\\_de\\_cadenas&oldid=134476839](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Complejo_de_cadenas&oldid=134476839)»

Esta página se editó por última vez el 2 abr 2021 a las 22:04.

El texto está disponible bajo la Licencia Creative Commons Atribución Compartir Igual 3.0; pueden aplicarse cláusulas adicionales. Al usar este sitio, usted acepta nuestros términos de uso y nuestra política de privacidad. Wikipedia® es una marca registrada de la Fundación Wikimedia, Inc., una organización sin ánimo de lucro.