



Apellidos: _____ Nombre: _____
No. de estudiante: _____ Profesor: _____
Tercer Examen: 3 de mayo de 2004 # de sección: _____

Para obtener crédito muestre todo su trabajo. Explique claramente su contestación.

1. (20 puntos) Evalúe cada una de las integrales.

(a) $\int_0^3 \int_{-2}^0 (x^2y - 2xy) dy dx =$

(b) $\int_1^{\ln(8)} \int_0^{\ln(y)} (e^{x+y}) dx dy =$

2. Considere la integral doble $\int_{-1}^2 \int_{y^2}^{y+2} 1 \, dx \, dy$. Esta integral nos da el área de cierta región Ω en el plano xy .

(a) (*8 puntos*) Dibuje la región Ω e indique los puntos donde se intersecan las curvas.

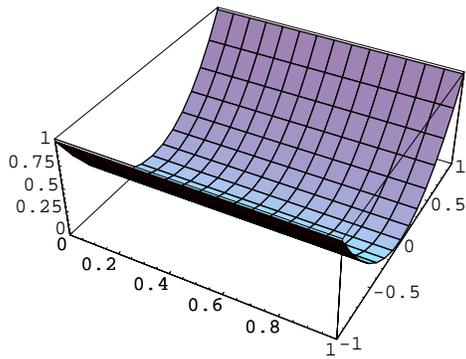
(b) (*8 puntos*) Encuentre el área de Ω .

3. (16 puntos) Para cada una de las integrales a continuación cambie, pero sin evaluar, la integral doble a una integral equivalente en coordenadas polares.

(a)
$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} (x^2 + y^2) dx dy =$$

(b)
$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \left(\frac{2}{(1+x^2+y^2)^2} \right) dy dx =$$

4. (10 puntos) Encuentre el volumen del sólido acotado por $z = y^2$, el plano xy y por los planos $x = 0$, $x = 1$, $y = -1$ y $y = 1$. Vea la figura.



5. Sea T la parte de la esfera (sólida) determinada por la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ que queda en el primer octante en el espacio euclídeo usual xyz .

(a) (*8 puntos*) Exprese (sin evaluar) el volumen de T como una integral en coordenadas rectangulares.

(b) (*8 puntos*) Exprese (sin evaluar) el volumen de T como una integral en coordenadas cilíndricas.

(c) (*8 puntos*) Exprese (sin evaluar) el volumen de T como una integral en coordenadas esféricas.

(d) (8 puntos) Evalúe cualquiera de las integrales anteriores para encontrar el volumen de T .

6. Sea T el elipsoide determinado por la ecuación $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ($a, b, c > 0$). Sean $x = au$, $y = bv$ y $z = cw$.

(a) (8 puntos) Encuentre el Jacobiano de la transformación $J(u, v, w)$.

(b) (8 puntos) Exprese el volumen de T como una integral triple en el sistema de coordenadas uvw .