Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

MATE 3153

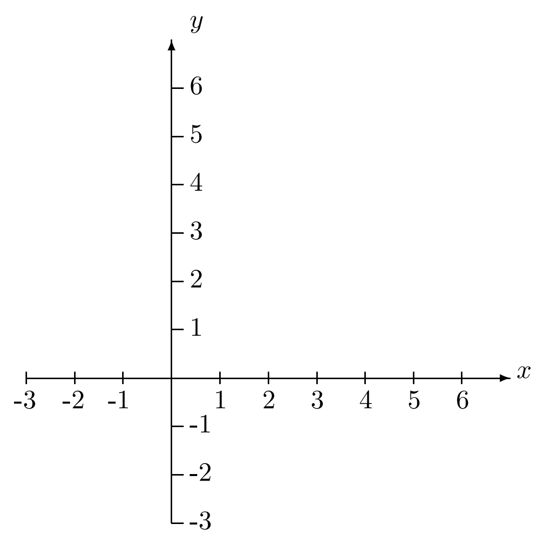
Apellidos: ____________ ____________ Nombre: ____________
No. de estudiante: ____________ Profesor: ____________
Segundo Examen: 2 de abril de 2004 # de sección: ____________

Para obtener crédito muestre todo su trabajo. Explique claramente su contestación.

1. Considere la función $f(x, y) = \ln(x) - \ln(y)$.

   (a) (*4 puntos*) Encuentre y/o describa el dominio de f.

   (b) (*10 puntos*) Dibuje las curvas de nivel para $c = -\ln(3), -\ln(2), 0, \ln(2), \ln(3)$.



2. (*10 puntos*) Sean $u(x, y) = e^x \cos(y)$ y $v(x, y) = e^x \sin(y)$. Verifique que $u_x(x, y) = v_x(x, y)$ y que $u_y(x, y) = -v_x(x, y)$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

3. (*12 puntos*) Sean $S_1 = \{(x, y) : 10 < x^2 + 1 \leq 26\}$ y $S_2 = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots\}$. Encuentre y/o describa:

   (a) El interior de S_1, $int(S_1)$.

   (c) El borde o frontera de S_1, ∂S_1.

   (b) El interior de S_2, $int(S_2)$.

   (d) El borde o frontera de S_2, ∂S_2.

4. (*10 puntos*) La ecuación

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0.$$

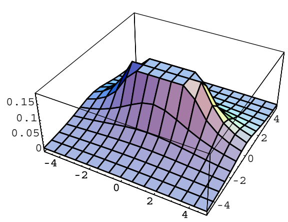
   donde c es una constante positiva se conoce como *la ecuación de onda*. Verifique que la función $f(x, t) = \ln(x + ct)$ satisface la ecuación de onda.

5. (*10 puntos*) Para $f(x,y,z) = \cos(xy) + e^{yz} + \ln(zx)$, encuentre la derivada direccional de f en el punto $P_0(1, 0, \frac{1}{2})$ en la dirección del vector $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \sqrt{2}\ \vec{k}$.

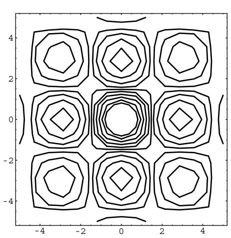
6. (*10 puntos*) Para $z = 5xy$, encuentre una ecuación para el plano tangente a la gráfica en el punto $(1, \frac{1}{5}, 1)$.

7. (*8 puntos*) Utilice la regla de la cadena para encontrar $\dfrac{du}{dt}$ si: $\begin{array}{rcl} u & = & 2x^2 - xy + y^2 \\ x & = & \cos(2t) \\ y & = & \sin(t). \end{array}$

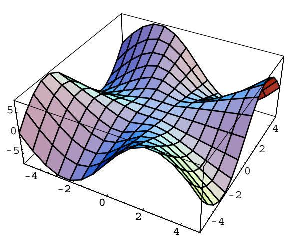
8. (*8 puntos*) Paree cada una de las funciones de la primera columna con el conjunto de sus curvas de nivel en la segunda columna.



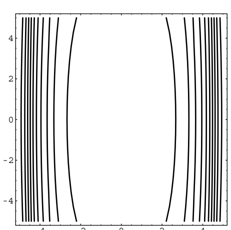
(I) ______



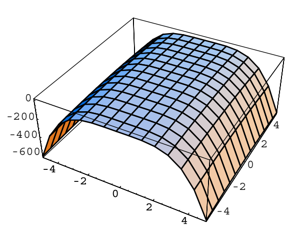
(a)



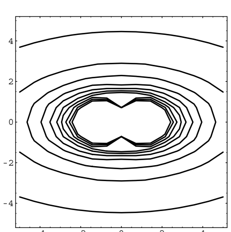
(II) ______



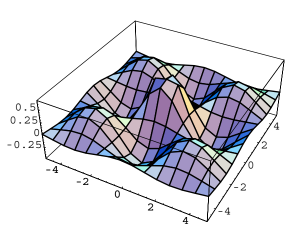
(b)



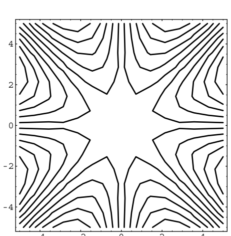
(III) ______



(c)



(IV) ______



(d)

9. (*14 puntos*) Para la función $f(x, y) = x^3 + y^2 - 6xy + 6x + 3y - 2$, encuentre los puntos estacionarios y los valores extremos locales. Explique.

10. (*14 puntos*) Utilice el método de multiplicadores de Lagrange para encontrar el valor máximo y el valor mínimo de $f(x, y) = 3x+4y$, sujeto a que (x, y) sea un punto en el círculo $x^2+y^2 = 1$.