

UPR : Río Piedras

Departamento de Matemáticas

Mate 3024: Practica para el Examen I

- Muestre su trabajo. Para recibir crédito, sus respuestas deben estar bien escritas, propiamente justificadas y bien organizadas.
- Por favor, apague el teléfono celular y cualquier otro aparato electrónico que pueda interrumpir a otros tomando el examen. El teléfono celular no puede estar sobre el pupitre ni en la cercanía del examen. Es recomendable guardarlo en su mochila. El profesor tiene la potestad de anular el examen de cualquier estudiante que utilice el celular.
- Esta prueba es de 2 horas.

Parte I. Escoger la mejor contestación. Cada uno tiene un valor de 3 puntos.

1. _____ Las soluciones reales de $|\ln(x)| = 1$ son
a) $\{-e, e\}$ b) $\{\frac{1}{e}, e\}$ c) $\{-\frac{1}{e}, e\}$ d) ninguna de las anteriores
2. _____ El conjunto solución de $\ln(x - 1) \geq 0$ es igual a
a) $(1, 2)$ b) $(1, 2]$ c) $[2, \infty)$ d) $(2, \infty)$ e) $(-\infty, 1)$
3. _____ El dominio de la función $f(x) = \ln(1 - x^2)$ es
a) $(-\infty, 0)$ b) $(-1, 0) \cup (0, 1)$ c) $(-1, 1)$ d) ninguna de las anteriores
4. _____ Si la media vida de del antidepresivo Prozac en un hombre promedio es de 2 días. Encuentre la constante de decaimiento.
a) $-\ln(2)$ b) $\ln(2)$ c) $\frac{-\ln(2)}{2}$ d) $\frac{\ln(2)}{2}$ e) ninguna de las anteriores

5. _____ Si $\log_2 6 = a$ entonces $\log_2(27) =$
 a) $3a - 3$ b) $3a + 3$ c) $3a$ d) a e) no se puede determinar.
6. _____ Simplificar $(4^{3/4}a^2b^3)(4^{1/4}a^{-2}b^{-5})$.
 a) $4a^2b^2$ b) $\frac{4}{b^2}$ c) $\frac{b^2}{4}$ d) $4ab$ e) ninguna de las anteriores
7. _____ Si f es una función uno a uno sobre los reales. Encuentre $f^{-1}(f(e)) =$
 a) e^{-1} b) e c) no se puede determinar d) ninguna de las anteriores
8. _____ El conjunto solución de la ecuación $e^{2x} - 7 \cdot e^x + 12 = 0$ es
 a) $\{\ln 3, \ln 4\}$ b) $\{-\ln 3\}$ c) $\{e^3, e^4\}$ d) ninguna de las anteriores
9. _____ Si $e^{\ln(x+2)} = \ln(e^{3x+1})$, entonces $x =$
 a) $-\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{2}$ d) ninguna de las anteriores
10. _____ Calcular $\log_b \left(\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{b}}} \right):$
 a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{24}$
11. _____ La gráfica de $f(x) = 2^{x+1} - 1$ tiene una asíntota horizontal en:
 a) $y = 0$ b) $y = 1$ c) $y = -1$ d) $x = 1$ e) ninguna de las anteriores
12. _____ ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es siempre cierta?
 a) $f(x) = b^x$ es una función creciente para $x \geq 1$.
 b) $f(x) = \log_b(x)$ es una función decreciente para $0 < x \leq 1$.
 c) Si $b^{x_1} = b^{x_2}$ entonces $x_1 = x_2$ para $b > 0$.
 d) $b^{\log_b(x)} = x$ para todo x real.
 e) ninguna de las anteriores

Parte II. Instrucciones Generales. Escriba con claridad y de manera organizada. Cualquier respuesta que no se pueda entender, o que no se identifique de manera apropiada con el ejercicio intentado, no será considerada. Justifique todas sus contestaciones.

1. Resuelve sobre los números reales.

- (7 pts) $\log_x(27) + \log_x(3) = 4$.

- (7 pts) $2^{2x+1} = 3^{x-5}$.

- (7 pts) $\log^4(x+1) - 10\log^3(x+1) = 0$.

- (7 pts) $\frac{1}{2} \log(x) = \frac{1}{2} + \log(\sqrt{2})$.

- (7 pts) $\frac{\log(\sqrt{x+1} + 1)}{\log(\sqrt[3]{x-40})} = 3$.

- (7 pts) $e^{2x} = \frac{1}{e^2}$.

- (7 pts) $2 \cdot 2^{2x} = 4^x + 64$.

- (7 pts) $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^{2-x} = \frac{2}{3}$.

- (7 pts) $\log_2(\log_2(\log_2(2^{4x}))) = 3$

2. Para la función $f(x) = \ln(2x + 1) - 1$

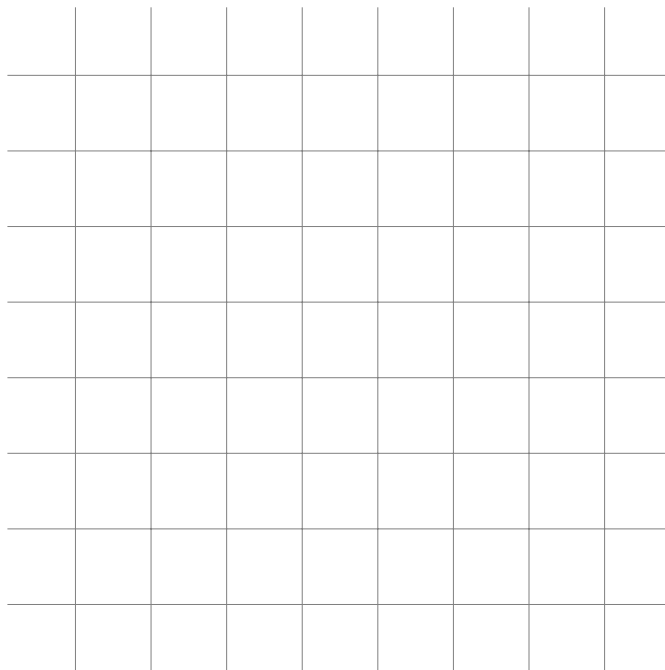
(a) (2 pts) Encuentre las asíntotas verticales.

(b) (3 pts) Encuentre su dominio.

(c) (2 pts) Intercepto en el eje de y .

(d) (2 pts) Intercepto en el eje de x .

(e) (4 pts) Trazar la gráfica $f(x)$



3. Para la función $f(x) = -2^{x-1} + 1$

(a) (2 pts) Encuentre las asíntotas horizontales.

(b) (3 pts) Encuentre su campo de valores.

(c) (2 pts) Intercepto en el eje de y .

(d) (2 pts) Intercepto en el eje de x .

(e) (4 pts) Trazar la gráfica $f(x)$



4. (6 pts) Escribe la expresión en forma expandida:

$$\log_4 \left(\frac{x^2(x+1)}{(x+2)(x+3)} \right).$$

5. (5 pts) Si $g(x) = \ln(x)$, escribe la expresión como un solo logaritmo :

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h}.$$

6. Considerar la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \log_3(x+1) & \text{si } x > 0 \\ 3^{x-1} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

(a) (2 pts) Encuentre $f(8)$

(b) (2 pts) Encuentre $f(242) - f(-4)$

7. Noel pagó \$107,500 por un Porsche 911 Turbo. Después de cuatro

años valía \$49,000. Suponga que el precio disminuye de acuerdo con el modelo de decaimiento exponencial continuo $P = P_0e^{rt}$.

- (4 pts) Encuentre la tasa de depreciación anual.

- (4 pts) Calcula el valor del carro después de 7 años.

8. (6 pts) Si se invirtieron \$10000 con una tasa del 6% compuesto diariamente, cuánto tiempo es necesario para que la inversión de \$10000 se duplique?

9. Encuentre la función inversa de $g(x) = 2^{3x+1} - 6$.

10. Encuentre la función inversa de $g(x) = \ln(x + 4) - 2$.

11. (4 pts) Convierta la expresión a una suma o resta de múltiplos de

logaritmos:

$$\log_4 \left(\frac{3x\sqrt{y}}{\sqrt[3]{x-1}} \right).$$

12. (4 pts) Resolver para y la siguiente expresión:

$$\ln(y+1) = \ln(x) - \ln(x+1) + 1.$$