Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

MATE 3153

Apellidos: ____________________ ____________________ Nombre: ____________________
No. de estudiante: ____________________ Profesor: ____________________
Cuarto Examen: `5 de diciembre de 2016` # de sección: ____________________

Para obtener crédito muestre todo su trabajo. Explique claramente su contestación.

1. (*12 puntos*) Evalúe la integral de línea de $\overrightarrow{h}(x,y) = \left\langle 2x+1, y^2 \right\rangle$ sobre el segmento de recta que va desde $(-1,2)$ hasta $(4,10)$.

2. (*10 puntos*) Evalúe la integral $\displaystyle\int_C y^2dx + (4xy - 6x^2)dy$, donde C es la curva parabólica $y^2 = 8x$ que va desde $(0,0)$ hasta $(2,4)$.

3. (*12 puntos*) Considere el campo vectorial $\overrightarrow{h}(x, y) = \left\langle 200x\,\mathrm{sen}(y) + ye^x,\ 100x^2\cos(y) + e^x \right\rangle$. Primero, verifique que $\overrightarrow{h}$ es un gradiente. Segundo, evalúe la integral de línea de $\overrightarrow{h}$ sobre la curva

$$C : \overrightarrow{r}(u) = \langle \cos(u), u \rangle, \quad u \in [0, \pi].$$

4. (*10 puntos*) Calcule el trabajo realizado por la fuerza $\overrightarrow{F} = \left\langle y - x^2,\ z - y^2,\ x - z^2 \right\rangle$ sobre la curva parametrizada por $\overrightarrow{r}(t) = \left\langle t,\ t^2,\ t^3 \right\rangle$, $t \in [0, 1]$, desde el punto $(0, 0, 0)$ hasta el punto $(1, 1, 1)$.

5. (*12 puntos*) Utilice el teorema de Green para evaluar $\int_C 2xy\ dx + (x+y)\ dy$ donde C es el borde de la región acotada por las gráficas de $y=0$; $y=4-x^2$.

6. (*12 puntos*) Se dice que un campo vectorial $\vec{F} = \langle F_1, F_2, F_3 \rangle$ es *irrotacional* si $\mathbf{rot}\left(\vec{F}\right) = \nabla \times \vec{F} = \vec{0}$. Encuentre constantes a, b, c de modo que

$$\vec{F} = \langle -4x - 3y + az,\ bx + 3y + 5z,\ 4x + cy + 3z \rangle$$

sea irrotacional.

7. (*14 puntos*) Encuentre el área de la superficie S que es la porción del plano $y + 2z = 2$ que está dentro del cilindro $x^2 + y^2 = 4$.

8. (*14 puntos*) Determine el flujo del campo vectorial $\vec{v}(x, y, z) = \langle 0, xz, -xy \rangle$ a través de la superficie

$$S : \vec{r}(u, v) = \langle u, v, uv \rangle \,, \quad u \in [0, 1] \quad v \in [0, 2],$$

en la dirección del vector normal unitario $\vec{n}$ que apunta hacia afuera.

9. (*14 puntos*) Dado el campo vectorial $\vec{v}(x,y,z) = \left\langle 2z, x, y^2 \right\rangle$ y la superficie S parametrizada por

$$S : \vec{r}(u,v) = \left\langle u, v, 4 - u^2 - v^2 \right\rangle, \quad (u,v) \in \Omega,$$

donde Ω es la región acotada por el círculo de radio 2, evalúe

$$\iint_S \left[(\nabla \times \vec{v}) \cdot \vec{n} \right] \, d\sigma,$$

donde $\vec{n}$ es el vector unitario normal a S que apunta hacia afuera, ya sea directamente o utilizando el teorema de Stokes.