



Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

MATE
3153

Apellidos: _____ Nombre: _____

No. de estudiante: _____ Profesor: _____

Tercer Examen: 18 de noviembre de 2016 # de sección: _____

Para obtener crédito muestre todo su trabajo. Explique claramente su contestación.

1. (20 puntos) Evalúe cada una de las integrales.

(a) $\int_{-2}^0 \int_0^1 (12x^2y + 24xy) dy dx$

(b) $\iint_{\Omega} \frac{100y}{x^2 + 1} dA$, donde $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$

2. Considere la integral doble $\int_0^{1/16} \int_{\sqrt[4]{y}}^{1/2} \cos(16\pi x^5) \, dx \, dy$.

(a) (8 puntos) Dibuje la región Ω sobre la cuál se está integrando e indique los puntos donde se intersecan las curvas.

(b) (10 puntos) Evalúe la integral cambiando el orden de integración.

3. (10 puntos) Utilice coordenadas polares para evaluar $\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \left(\frac{2}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} \right) dy dx$.

4. (10 puntos) Utilice coordenadas cilíndricas para evaluar $\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_0^x (x^2 + y^2) dz dx dy$.

5. (12 puntos) Encuentre el volumen del sólido T que está debajo de la gráfica de $z = 8 - x^2 - y^2$ y arriba la gráfica de $z = x^2 + 3y^2$.

6. (12 puntos) Utilice coordenadas esféricas para evaluar $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} z^2 \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz dy dx$.

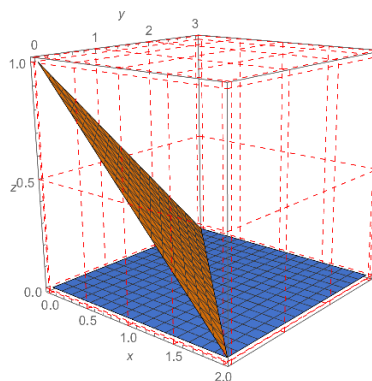
7. (8 puntos) Encuentre el Jacobiano $J(u, v)$ de la transformación dada por $x = u^2 - v^2$; $y = 2uv$.

8. Considere el tetraedro T acotado por los planos

$$3x + 2y + 6z = 6; \quad x = 0; \quad y = 0; \quad z = 0.$$

Vea la figura. Sea $V = \iiint_T 1 \, dV$ el volumen

de T . Dependiendo del orden de integración hay seis maneras de evaluar esta integral. A continuación, establezca la integral (no evalúe) para los dos posibles órdenes de integración indicados.



(a) (10 puntos) Llene los blancos correspondientes dependiendo del orden de integración

$$V = \iiint_T 1 \, dV = \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} 1 \, dz \, dx \, dy.$$

(b) (10 puntos) Llene los blancos correspondientes dependiendo del orden de integración

$$V = \iiint_T 1 \, dV = \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} 1 \, dy \, dz \, dx.$$