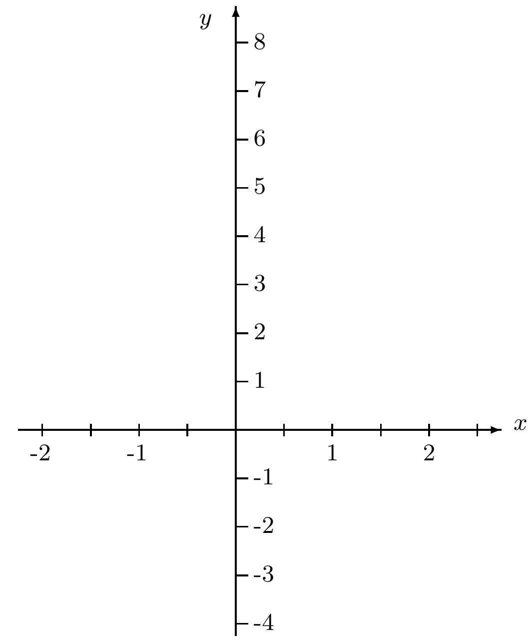
Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

MATE 3153

Apellidos: ______________ ______________ Nombre: ______________
No. de estudiante: ______________ Profesor: ______________
Segundo Examen: 4 de noviembre de 2016 # de sección: ______________

Para obtener crédito muestre todo su trabajo. Explique claramente su contestación.

1. (*10 puntos*) Considere la función $f(x,y) = x^2 - y$. Dibuje las curvas de nivel para $c = 0, \pm 1, \pm 2$.



2. (*10 puntos*) Sean $u(x,y) = \ln\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$ y $v(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$. Verifique que,

$$u_x(x,y) = v_y(x,y) \quad \text{y que} \quad u_y(x,y) = -v_x(x,y) \quad \text{para todo} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

3. (*14 puntos*) Dado que $\nabla f = \left\langle 4x^3y^2 + \cos(xy)y, 2x^4y + \cos(xy)x + 100 \right\rangle$, encuentre la función $f(x, y)$.

4. (*10 puntos*) La ecuación

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0.$$

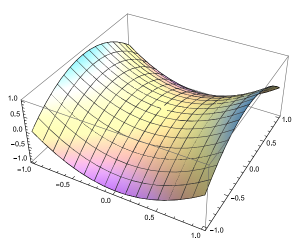
se conoce como *la ecuación de Laplace*. Verifique que la función $f(x, y, z) = e^{x+y} \cdot \cos\left(z\sqrt{2}\right)$ satisface la ecuación de Laplace.

5. (*10 puntos*) Para la función $f(x, y, z) = xy + yz + zx$, encuentre la derivada direccional de f en el punto $P_0(1, -1, 2)$ en la dirección del vector $\vec{u} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}$.

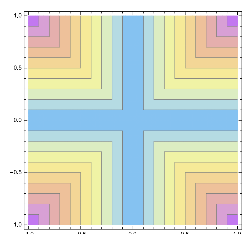
6. (*10 puntos*) Para la función $z = 9 - x^2 - y^2$, encuentre una ecuación para el plano tangente a la gráfica de la función en el punto $P_0(1, 2, 4)$. Dé su contestación en la forma $Ax + By + Cz = D$.

7. (*10 puntos*) Utilice la regla de la cadena para encontrar $\dfrac{\partial w}{\partial r}(1,-1)$ dado que: $\begin{cases} w &= (x+y+z)^2 \\ x &= r-s \\ y &= \cos(r+s) \\ z &= \operatorname{sen}(r+s) \end{cases}$

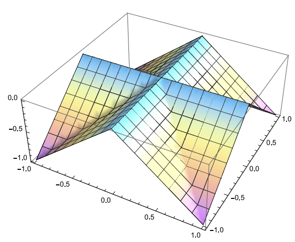
8. (*8 puntos*) Paree cada una de las funciones de la primera columna con el conjunto de sus curvas de nivel en la segunda columna.



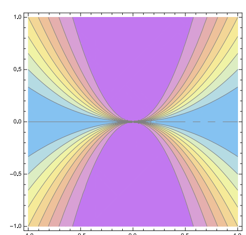
(I) ______



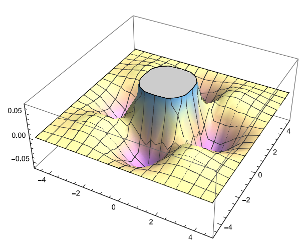
(a)



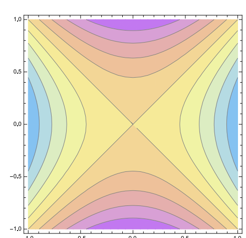
(II) ______



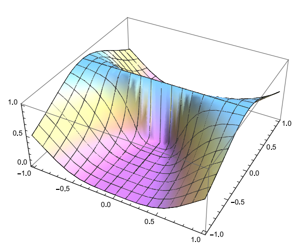
(b)



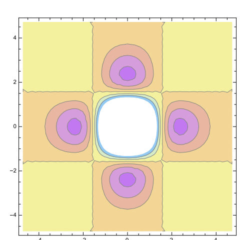
(III) ______



(c)



(IV) ______



(d)

9. (*14 puntos*) Para la función $f(x,y) = x^3 + 3xy^2 - 15x + y^3 - 15y$, encuentre los puntos estacionarios y los valores extremos locales. Explique.

10. (*14 puntos*) Utilice el método de multiplicadores de Lagrange para encontrar el valor máximo y el valor mínimo (si alguno) de $f(x, y) = 49 - x^2 - y^2$, sujeto a que (x, y) sea un punto en la recta $x + 3y = 10$.