



EJERCICIOS DE PRÁCTICA – RESPUESTA LIBRE EXAMEN FINAL
SEGUNDO SEMESTRE AÑO ACADÉMICO 2011-2012

Evalúe cada una de las siguientes integrales y/o derivadas:

- | | | |
|---|---|---------------------------------------|
| 1. $\frac{d}{dx} \left[\ln \left(\frac{x^2 + 1}{2 + \sin(x)} \right) \right] =$ | 6. $\frac{d}{dx} [\sec(x) \cdot e^{(2-3x)}] =$ | 12. $\int \frac{e^x}{e^x + 12} dx =$ |
| 2. $\frac{d}{dx} [x^6 + e^{\sec(x)}] =$ | 7. $\frac{d}{dx} \left[\ln \left(\frac{x}{x+1} \right) \right] =$ | 13. $\int \frac{x^3}{x^4 + 1} dx =$ |
| 3. $\frac{d}{dx} [\sec(x) \cdot (x^3 + x)^7] =$ | 8. $\frac{d}{dx} [\cos(\ln(x))] =$ | 14. $\int \frac{x^4 + 1}{x^3} dx =$ |
| 4. $\frac{d}{dx} \left[\frac{e^x + e^{-x}}{x^2 + 1} \right] =$ | 9. $\frac{d}{dx} [x^2 \cdot e^{\sin(x)}] =$ | 15. $\int \tan(3x) dx =$ |
| 5. $\frac{d}{dx} \left[\frac{5x + 2}{\ln(x^2)} \right] =$ | 10. $\int e^{7x+12} dx =$ | 16. $\int \cot(x) dx =$ |
| | 11. $\int \frac{x}{1 + 7x^2} dx =$ | 17. $\int_4^5 \frac{x}{x^2 - 1} dx =$ |

15. Considere la función $f(x) = 2x + \cos(x)$, definida para todo número real x . f es creciente ya que su derivada es positiva para todo número real x , así que f tiene función inversa f^{-1} .

- (a) Encuentre $f(0)$.
(b) Encuentre $(f^{-1})'(1)$.

16. Considere la función $f(x) = x^3 + 4x - 1$, definida para todo número real.

- (a) Encuentre $f(2)$.
(b) Encuentre $(f^{-1})'(15)$.

17. La función $g(x) = \sin(x)$, definida sobre el intervalo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, tiene función inversa, ya que es creciente en su dominio. Sea $\overset{\frown}{\mathcal{J}}$ la función inversa de g . Entonces, entre otras cosas,

$$\boxed{\sin \left(\overset{\frown}{\mathcal{J}}(x) \right) = x} \quad \text{y} \quad \boxed{\cos^2 \left(\overset{\frown}{\mathcal{J}}(x) \right) = 1 - \sin^2 \left(\overset{\frown}{\mathcal{J}}(x) \right)}. \text{ Verifique que } \overset{\frown}{\mathcal{J}}'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

18. Suponga que mantenemos una colonia de bacterias en un laboratorio bajo condiciones ideales de modo que la población de bacterias crece exponencialmente con el tiempo. Al cabo de cinco (5) horas hay 36,000 bacterias. Al cabo de veinte (20) horas hay 972,000 bacterias. ¿Cuántas bacterias habían inicialmente?

19. Suponga que mantenemos una colonia de bacterias en un laboratorio bajo condiciones ideales de modo que la población de bacterias crece exponencialmente con el tiempo. Si la población de bacterias aumenta de 5,000 a 15,000 en 10 horas, ¿cuántas bacterias habrá al cabo de 20 horas?
20. El elemento radioactivo *radio* tiene una media vida de 1620 años. ¿Qué porcentaje de una cantidad cualquiera de *radio* permanece luego de pasar 500 años? (Dé su contestación en forma expresada).
21. Cierta isótopo radioactivo tiene una media vida de 1300 años. Suponga que originalmente hay 120 gramos del isótopo.
 - (a) Halle una fórmula para determinar la cantidad del isótopo radioactivo $A(t)$, luego de t años.
 - (b) ¿Al cabo de cuántos años quedarán 12 gramos del isótopo?