

**Universidad de Puerto Rico, Río Piedras**  
Facultad de Ciencias Naturales  
Departamento de Matemáticas  
San Juan, Puerto Rico

**Tópicos a cubrir en MATE 3151 - Examen 3**

Para el tercer examen los estudiantes deben saber:

1. Resolver problemas de razones de cambio relacionadas.
2. Enunciar todas las definiciones.
3. Enunciar y aplicar cada teorema que tenga nombre.
4. Encontrar puntos críticos de una función en un intervalo.
5. Encontrar el valor máximo y mínimo de una función en un intervalo dado.
6. Utilizar el Teorema de monotonía para saber donde una función crece y decrece.
7. Utilizar el Teorema de concavidad para saber donde una función es cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo.
8. Determinar puntos de inflexión de una función.
9. Resolver problemas de optimización (problemas prácticos).
10. Graficar funciones mediante cálculo.
11. Resolver problemas relacionados al Teorema del Valor Medio.
12. Encontrar antiderivadas de funciones básicas.

**Ejercicios de práctica para MATE 3151 - Examen 3**

**Nota:** Es recomendable que mire los exámenes de semestres pasados. Acceda

<http://math.uprrp.edu/documents/exams.php>

para verlos.

1. Un globo esférico se está inflando a razón de 10 pulgadas cúbicas por segundo. ¿Cuál es el radio del globo cuando su área de superficie está incrementando a razón de 5 pulgadas por segundo?
2. Una mujer de 6 pies de altura camina, alejándose de un poste de luz de 18 pies de altura, a una velocidad de 4 pies por segundo. Encuentre que tan rápido la sombra crece en largo.
3. Encuentre los valores máximo y mínimo de las siguientes funciones en los intervalos dados:
  - (a)  $x^2 + 4x + 4$  en  $[-4, 0]$ .
  - (b)  $x^3 - 12x + 1$  en  $(-5, 3]$ .
  - (c)  $\sin(x) + \cos(x)$  en  $[0, \pi]$ .
  - (d)  $\frac{1}{x^2 + 1}$  en  $(-\infty, \infty)$ .
  - (e)  $x^5 - \frac{25}{3}x^3 + 20x - 1$  en  $[-3, 2]$ .

**Pase a la siguiente página.**

4. Determine los intervalos donde las siguientes funciones son: creciente, decreciente, cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo. Además, encuentre los extremos locales y puntos de inflexión.

(a)  $x^3 - 12x + 1$

(b)  $\frac{x}{x^2 + 1}$

(c)  $e^{-x^2}$

(d)  $\frac{x^2}{x^2 + 1}$

(e)  $x\sqrt{x-2}$  (cuidado con el dominio).

5. Un granjero desea cercar tres corrales rectangulares adyacentes idénticos (véase la figura), cada uno con un área de 300 pies cuadrados. Suponga que la cerca exterior de los corrales requiere una valla más firme que cuesta \$3 por pie, pero las dos particiones internas necesitan una cerca que cuesta sólo \$2 por pie. ¿Qué dimensiones de  $x$  y  $y$  producirán el costo más económico para los corrales?



6. Una pequeña isla está a 2 millas del punto más cercano,  $P$ , de una playa rectilínea de un gran lago. Si una mujer en la isla puede remar a 3 millas por hora y caminar a 4 millas por hora, ¿en dónde debe desembarcar en el bote para llegar, en el menor tiempo, a un pueblo que está a 10 millas, medidas sobre la playa, del punto  $P$ ?

7. Gráfique las siguientes funciones:

(a)  $\frac{x}{x-1}$

(b)  $2x^3 - 3x - 10$

(c)  $\sqrt[5]{2-x}$

(d)  $x^{2/3}$

(e)  $\frac{x^2 + x - 6}{x - 1}$

8. Encuentre el número  $c$  garantizado por el Teorema del Valor Medio para  $f(x) = \frac{x}{x-3}$  en  $[0, 2]$ .

9. Suponga que  $f(x)$  es una función derivable en todo  $\mathbb{R}$  y que  $f(3) = 6$  y  $f'(x) \geq 5$  para toda  $x$ . Muestre que  $f(9) \geq 24$ .

10. Use el Teorema del Valor Medio para verificar que  $|\sin(x) - \sin(y)| \leq |x - y|$  para toda  $x$  y  $y$  real. **Ayuda:** Recuerde que  $|\sin(x)| \leq 1$  y  $|\cos(x)| \leq 1$  para toda  $x$  real.

11. Encuentre las siguientes antiderivadas:

(a)  $\int (\cos^3(x) + 4 \cos(x) + 2) \sin(x) dx$     (b)  $\int \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} \right) dx$     (c)  $\int \frac{\ln(x)^2}{x} dx$

(d)  $\int \left( x\sqrt{x} + x^{1/4} + \frac{1}{x^5} \right) dx$     (e)  $\int x^3 e^{x^4} dx$     (f)  $\int \sin(3x) \cos(3x) dx$