

**Universidad de Puerto Rico, Río Piedras**  
Facultad de Ciencias Naturales  
Departamento de Matemáticas  
San Juan, Puerto Rico

**Tópicos a cubrir en MATE 3151 - Examen 2**

Para el segundo examen los estudiantes deben saber:

1. Definición de la derivada.
2. Definición de la recta tangente a una curva en un punto dado.
3. Proveer la recta tangente a una curva en un punto dado.
4. Reglas para encontrar derivadas: regla de la potencia, producto, cociente, cadena, etc.
5. Saber el enunciado de la regla del producto, cociente y cadena.
6. Derivadas de funciones trascendentales: trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.
7. Derivadas de orden superior.
8. Saber la relación (y aplicarla) entre la posición, velocidad y aceleración de un objeto que se mueve en una línea recta.
9. Derivación implícita.

**Ejercicios de práctica para MATE 3151 - Examen 2**

1. Suponga que  $f(x) = x^3 - 6x + 1$ . Haga lo siguiente:
  - (a) Encuentre todos los puntos en el plano cartesiano donde la recta tangente a  $f(x)$  es horizontal.
  - (b) Encuentre todos los puntos en el plano cartesiano donde la recta tangente a  $f(x)$  es paralela a la recta  $y = 3x + 7$ .
2. Suponga que  $f(x)$  es diferenciable en  $x = c$ , i.e.  $f'(c)$  existe. Encuentre

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)^2 - f(c)^2}{x - c}.$$

3. ¿Es  $f(x) = |x|x^{1/3}$  una función diferenciable? ¿Es  $f(x) = x^3|x|$  una función diferenciable?
4. Encuentre la derivada de las siguientes funciones:

(a)  $x^4 e^x$       (b)  $\frac{x^2 + x + 1}{2^x + \pi^4}$       (c)  $\sin(x^2)$

(d)  $\sec(x^3)e^{x^2+4x+1}$       (e)  $\frac{\tan(3^x)}{(x^4 + x + 1)^{10}}$       (f)  $\frac{2^x \sec(4x + 3)}{1 + x + 3x^2 \tan(4x)}$

5. Sea  $f(x) = e^x \sin(x)$ . Consiga  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ ,  $f^{(3)}(x)$  y  $f^{(4)}(x)$ .
6. Considere  $f(x) = \cos(3x)$ . Calcule  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ ,  $f^{(3)}(x)$  y  $f^{(4)}(x)$ . ¿Ve algún patrón? ¿Cuál es la fórmula para  $f^{(n)}(x)$  donde  $n$  es un entero positivo?

7. Encuentre las constantes  $a$  y  $b$  tal que

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x < 2 \\ ax^2 + b & x \geq 2 \end{cases}$$

es diferenciable en  $x = 2$ .

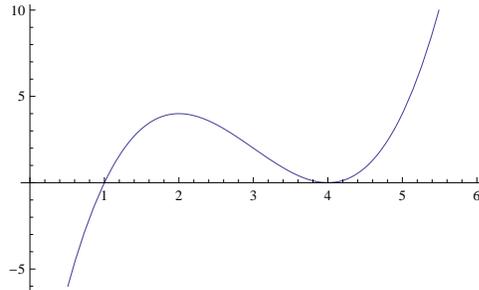
8. Recuerde que si un objeto se lanza directamente hacia arriba (o hacia abajo) desde una altura inicial de  $s_0$  pies, con una velocidad inicial de  $v_0$  pies por segundo, entonces su altura  $s$  (en pies) después de  $t$  segundos está dada por

$$s(t) = -16t^2 + v_0t + s_0.$$

Suponga que desde lo alto de un edificio de 240 pies de altura, se lanza una pelota hacia arriba con una velocidad inicial de 32 pies por segundo.

- (a) ¿Cuándo alcanza la pelota la altura máxima?
- (b) ¿Cuál es su altura máxima?
- (c) ¿Cuándo llega al piso?
- (d) ¿A qué velocidad llega al piso?
- (e) ¿Cuál es su aceleración cuando  $t = 3$ ?

9. Suponga una partícula se mueve en el eje de  $x$  y su velocidad  $v(t)$  ( $t$  en segundos) está dada por la siguiente función:



- (a) ¿Cuándo la partícula se mueve hacia la derecha? ¿Cuándo se mueve hacia la izquierda?
- (b) ¿Cuándo la aceleración es cero?
- (c) ¿Cuándo la aceleración es positiva? ¿Cuándo la aceleración es negativa?

10. Considere la siguiente función implícita:

$$y^2x^3 + \sin(x) = y^2.$$

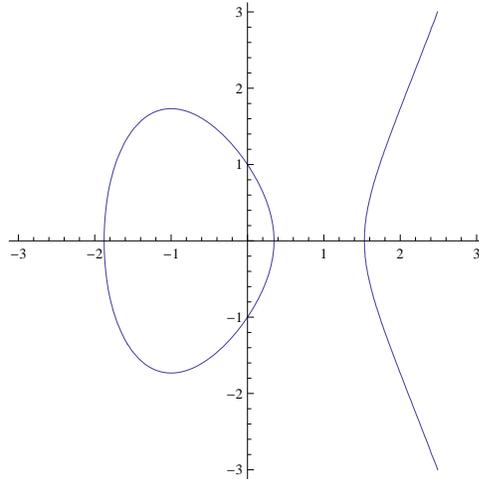
Encuentre  $\frac{dy}{dx}$ .

**CONTINUA EN LA PROXIMA PAGINA**

11. Considere la siguiente función implícita:

$$y^2 = x^3 - 3x + 1.$$

La gráfica de esta curva está dada por:



- (a) Encuentre la recta tangente a la curva en el punto  $(2, \sqrt{3})$ .
- (b) Encuentre todos los puntos en el plano donde la recta tangente a la curva es horizontal.