



## Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales  
Recinto de Río Piedras

**MATE  
3151**

Tercer Examen

7 de mayo de 2014

Nombre:

No. de estudiante: \_\_\_\_\_ Profesor: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

### Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (15 problemas) y otra de respuesta libre (6 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUPTIR A SUS COMPAÑEROS.

Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	12	
3	12	
4	12	
5	9	
6	20	
7	22	
8	24	
Total:	111	



5. (3 puntos) Dado que  $f(x) = x^3 + e^x$ , encuentre  $\frac{df^{-1}}{dx}$  en el punto  $x = 1 + e = f(1)$ . Recuerde,  $f^{-1}$  es la función inversa de  $f$ .

A.  $\sqrt[3]{1} + \ln(1) = 1$

C.  $\frac{1}{1+e}$

E. Todas las anteriores.

B.  $3 + e$

D.  $\frac{1}{3+e}$

F. Ninguna de las anteriores.

---

6. (3 puntos) Evalúe la suma  $\sum_{k=1}^3 \left(\frac{k+4}{k}\right)$ .

A.  $\frac{1+4}{1} + \frac{3+4}{3} = \frac{22}{3}$

D.  $\frac{1+4}{1} + \frac{2+4}{2} + \frac{3+4}{3} = \frac{31}{3}$

B.  $\frac{1+4}{1} \cdot \frac{2+4}{2} \cdot \frac{3+4}{3} = 35$

E. Todas las anteriores.

C.  $\frac{1+4}{1} + \frac{2+4}{2} + \frac{3+4}{3} = 18$

F. Ninguna de las anteriores.

---

7. (3 puntos) Uno de los isótopos del elemento radioactivo *radio* ( $^{226}\text{Ra}$ ) tiene una media vida cercana a los 1600 años. ¿Cuántos gramos de *radio* ( $^{226}\text{Ra}$ ) permanecen al cabo de 400 años, si inicialmente hay  $A_0$  gramos de radio?

A.  $A_0 e^{-\ln(2)/4}$

D.  $A_0 e^{+\ln(2)/1600}$

B.  $A_0 e^{-4\ln(2)}$

E. Todas las anteriores.

C.  $A_0 e^{-400\ln(2)}$

F. Ninguna de las anteriores.

---

8. (3 puntos) Utilice la técnica de separación de variables para resolver la ecuación diferencial  $\frac{dy}{dx} = \frac{2y^2}{x}$ .

A.  $y = 6 \ln(x) + C$

D.  $y = +\frac{1}{2 \ln(x) + C}$

B.  $y = -2 \ln(x) + C$

E. Todas las anteriores.

C.  $y = -\frac{1}{2 \ln(x) + C}$

F. Ninguna de las anteriores.

---



13. (3 puntos) Exprese la siguiente suma en notación sigma:  $-\frac{1}{7} + \frac{2}{7} - \frac{3}{7} + \frac{4}{7} - \frac{5}{7}$ .

A.  $\sum_{k=1}^5 (-1)^{k+1} \frac{k}{7}$

C.  $\sum_{k=1}^5 (-1)^k \frac{k}{7}$

E. Todas las anteriores.

B.  $\sum_{k=1}^4 (-1)^k \frac{k+1}{7}$

D.  $\sum_{k=0}^5 (-1)^{k-1} \frac{k}{7}$

F. Ninguna de las anteriores.

14. (3 puntos) Evalúe la integral utilizando la sustitución sugerida.

$$\int x^2 \sqrt{x^3 + 3} \, dx \quad ; \quad u = x^3 + 3.$$

A.  $2(x^3 + 3)^{3/2} + C$

D.  $\frac{2}{9}(x^3 + 3)^{3/2} + C$

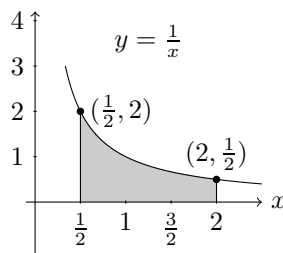
B.  $-\frac{2}{3}(x^3 + 3)^{-1/2} + C$

E. Todas las anteriores.

C.  $\frac{2}{3}(x^3 + 3)^{3/2} + C$

F. Ninguna de las anteriores.

15. (3 puntos) Encuentre el área de la región sombreada.



A.  $\ln(1)$

C.  $\ln(3)$

E. Todas las anteriores.

B.  $\ln(2)$

D.  $\ln(4)$

F. Ninguna de las anteriores.

## Parte II. Respuesta Libre

16. (10 puntos) Suponga que  $f$  y  $f'$  son funciones diferenciables tales que,

$$f''(x) = 180x + 40, \quad f'(0) = 10 \quad \text{y} \quad f(0) = 5.$$

Encuentre  $f(x)$ .

17. (Problema de Avalúo.)

(a) (6 puntos) Evalúe  $\frac{d}{dx} \left[ \int_1^{\sqrt{x}} (t^{10} + 7t^6) dt \right]$ .

(b) (4 puntos) Suponga que  $f(x)$  es continua para todo  $x \in (0, +\infty)$  y que

$$\int_1^x f(t) dt = x \ln(x) - x + 1.$$

Evalúe  $f(\sqrt{e})$ .

18. Suponga que  $f, h$  son integrables y que:  $\int_1^9 f(x)dx = -3$ ,  $\int_7^9 f(x)dx = 10$ ,  $\int_7^9 h(x)dx = 4$ .

(a) (4 puntos) Evalúe

$$\int_1^7 f(x)dx.$$

(b) (8 puntos) Evalúe

$$\int_9^7 (2h(x) - 3f(x)) dx.$$

19. (10 puntos) Para la función  $f(x) = \sqrt{x}$  definida sobre el intervalo  $[0, 25]$ , encuentre el valor de  $c$  (o los valores) que satisface (o satisfacen) la conclusión del Teorema de la Media para integrales.

20. (a) (6 puntos) Evalúe

$$\int \frac{20}{(2x+1)^5} dx.$$

(b) (6 puntos) Evalúe

$$\int \operatorname{sen}(4x) dx.$$

21. (a) (6 puntos) Evalúe

$$\int \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)+3} dx.$$

(b) (6 puntos) Evalúe

$$\int e^{\tan(x)} \sec^2(x) dx.$$