



Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

**MATE
3151**

Examen Final

11 de diciembre de 2013

Nombre:

No. de estudiante: _____ Profesor: _____ Sección: _____

Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (27 problemas) y otra de respuesta libre (2 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUPTIR A SUS COMPAÑEROS.

Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	12	
3	12	
4	12	
5	9	
6	12	
7	12	
8	12	
9	30	
Total:	111	

Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Encuentre, en la forma $y = mx + b$, la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y = x^3 + 7x^2$, en el punto $(2, 36)$.

A. $y = 40x + 36$

B. $y = 40x - 44$

C. $y = 34x - 32$

D. $y = -34x + 104$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

2. (3 puntos) Encuentre la pendiente de la curva dada por la relación $x^2y^5 = 32$ en el punto $(1, 2)$.

A. $-\frac{2}{5}$

B. $+\frac{2}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$

D. $+\frac{4}{5}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

3. (3 puntos) Evalúe la siguiente derivada: $\frac{d}{dx} \left[\int_{x^3}^7 \frac{1}{t^2 + 1} dt \right]$

A. $-\frac{3x^2}{x^5 + 1}$

B. $+\frac{3x^2}{x^5 + 1}$

C. $-\frac{3x^2}{x^6 + 1}$

D. $+\frac{3x^2}{x^6 + 1}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

4. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow 7^-} \left(\frac{x - 9}{x - 7} \right)$.

A. $L = 0$

B. $L = +\infty$

C. $L = -\infty$

D. $L = 1$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

5. (3 puntos) Una recién descubierta cepa de bacterias se duplica cada tres días. Si al cabo de 15 días hay 48,000 bacterias, ¿cuántas bacterias habían originalmente?

- A. 48,000 bacterias
 B. 9,600 bacterias
 C. 1,500 bacterias
 D. 150 bacterias
 E. Todas las anteriores.
 F. Ninguna de las anteriores.

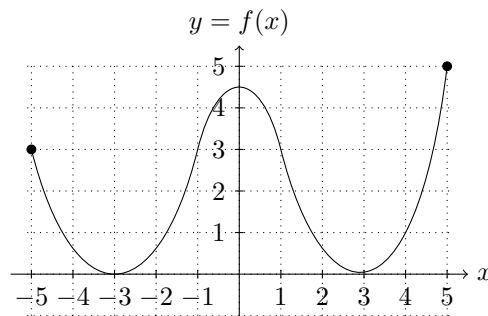
6. (3 puntos) Dado que, $y = 3\sqrt{x} - 10 \tan(x)$. Encuentre y' .

- A. $y' = \frac{3}{\sqrt{x}} - 10 \sec^2(x)$
 B. $y' = \frac{3}{2\sqrt{x}} - 10 \sec^2(x)$
 C. $y' = 3\sqrt{x} - 10 \sec^2(x)$
 D. $y' = 3\sqrt{x} + 10 \cdot \frac{\text{sen}(x)}{\cos(x)}$
 E. Todas las anteriores.
 F. Ninguna de las anteriores.

7. (3 puntos) Evalúe la integral $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}(5x) dx$

- A. +5
 B. -5
 C. $+\frac{1}{5}$
 D. $-\frac{1}{5}$
 E. Todas las anteriores.
 F. Ninguna de las anteriores.

8. (3 puntos) Considere la siguiente gráfica de $y = f(x)$, donde $-5 \leq x \leq 5$. Indique los valores de x en donde la función alcanza un máximo absoluto, si alguno.



- A. $x = 5$
 B. $x = 4.5$
 C. $x = 0$
 D. $x = -5$
 E. Todas las anteriores.
 F. No hay máximo absoluto.

9. (3 puntos) Evalúe la integral utilizando la sustitución sugerida.

$$\int x^3 \sqrt{x^4 + 1} dx \quad ; \quad u = x^4 + 1.$$

A. $\frac{2}{3} (x^4 + 1)^{3/2} + C$

B. $\frac{1}{6} (x^4 + 1)^{3/2} + C$

C. $\frac{1}{6} x^4 (x^4 + 1)^{1/2} + C$

D. $\frac{x^2(5x^4+3)}{\sqrt{x^4+1}} + C$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

10. (3 puntos) La función $s(t) = 8t^2 + 3t + 9$ definida en el intervalo $0 \leq t \leq 4$, nos da la posición de un objeto moviéndose horizontalmente, donde s está dado en metros y t está dado en segundos. Encuentre la velocidad $v(t)$ y la aceleración $a(t)$ instantáneas del objeto cuando $t = 3$.

A. $v(t) = 55$ m/seg; $a(t) = 32$ m/seg²

B. $v(t) = 51$ m/seg; $a(t) = 16$ m/seg²

C. $v(t) = 35$ m/seg; $a(t) = 16$ m/seg²

D. $v(t) = 55$ m/seg; $a(t) = 16$ m/seg²

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

11. (3 puntos) Dado que $\lim_{x \rightarrow 3} (xf(x)) = 81$ y $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2g(x)) = 15$. Evalúe, si existe, el siguiente límite:

$$L = \lim_{x \rightarrow 3} (f(x) \cdot g(x)).$$

A. $L = 45$

B. $L = 27$

C. $L = 15$

D. $L = 3$

E. El límite no existe.

F. Ninguna de las anteriores.

12. (3 puntos) Sea Ω la región acotada por las gráficas de

$$y = x^2 + 2x; \quad y = 5x.$$

Encuentre el área de Ω .

A. $\frac{25}{6}$

B. $\frac{9}{2}$

C. $\frac{10}{3}$

D. $\frac{297}{5}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

16. (3 puntos) Considere la función $g(x) = x^3 - 6x^2 - 15x$ definida en el intervalo $[-2, 6]$. Encuentre, si alguno, los máximos y mínimos absolutos de g en el intervalo dado.
- A. el máximo absoluto es 8 en $x = -1$; el mínimo absoluto es -100 en $x = 5$
 - B. el máximo absoluto es 8 en $x = -1$; el mínimo absoluto es -46 en $x = 2$
 - C. el máximo absoluto es -20 en $x = 1$; el mínimo absoluto es -100 en $x = 5$
 - D. el máximo absoluto es 0 en $x = 0$; el mínimo absoluto es -20 en $x = 1$
 - E. Todas las anteriores.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

17. (3 puntos) La suma de dos números reales no-negativos es 9. ¿Cuáles son esos dos números si el producto de uno de ellos con el cuadrado del otro es máximo?
- A. Los números son: $\frac{4}{3}, \frac{23}{3}$
 - B. Los números son: $\frac{13}{5}, \frac{32}{5}$
 - C. Los números son: 2, 7
 - D. Los números son: 3, 6
 - E. Todas las anteriores.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

18. (3 puntos) Encuentre y'' dado que $y = \ln(5x)$.
- | | |
|---------------------------------|-------------------------------|
| A. $y'' = \frac{25x-25}{25x^2}$ | D. $y'' = -\frac{1}{x^2}$ |
| B. $y'' = (\ln(5x))^2$ | E. Todas las anteriores. |
| C. $y'' = -\frac{25}{x^2}$ | F. Ninguna de las anteriores. |
-

19. (3 puntos) Dado que $y = \ln(e^x) + e^{\ln(x)}$. Encuentre y' .
- | | |
|--------------------------------------|-------------------------------|
| A. $y' = \frac{1}{x} + e^{\ln(x)}$ | D. $y' = 2$ |
| B. $y' = \frac{1}{e^x} + e^{\ln(x)}$ | E. Todas las anteriores. |
| C. $y' = 2x$ | F. Ninguna de las anteriores. |

20. (3 puntos) Dado que $f(x) = x^5 + 7x^3 + 5$ y que $f(1) = 13$. Encuentre $(f^{-1})'(13)$.

A. $\frac{1}{5x^4 + 21x^2}$

B. 1

C. $\frac{1}{13}$

D. $\frac{1}{26}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

21. (3 puntos) Considere la función $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{si } x \leq 9 \\ x^2 + A & \text{si } x > 9 \end{cases}$. ¿Qué valor debe ser A para que f sea continua en $x = 9$?

A. $A = 9$

B. $A = 28$

C. $A = -28$

D. $A = -53$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

22. (3 puntos) Utilice la regla de L'Hôpital (si aplica) para evaluar el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 + x^2}{7x^2} \right)$.

A. $L = \frac{1}{7}$

B. $L = \frac{1}{49}$

C. $L = +\infty$

D. $L = -\infty$

E. L'Hôpital no aplica.

F. Ninguna de las anteriores.

23. (3 puntos) Dado que, $y = (e^x) \cdot (\ln(x))$. Encuentre y' .

A. $y' = e^x \left(\frac{1}{x} \right)$

B. $y' = e^x \ln(x) + \frac{1}{x}$

C. $y' = e^x \left(\frac{1}{x} + \ln(x) \right)$

D. $y' = e^x + \ln(x)$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

24. (3 puntos) Considere la función $f(x) = \frac{2}{x+3}$ definida sobre el intervalo $I = [2, 6]$. Encuentre la tasa promedio de cambio, con respecto a x , de la función $y = f(x)$ sobre el intervalo I .

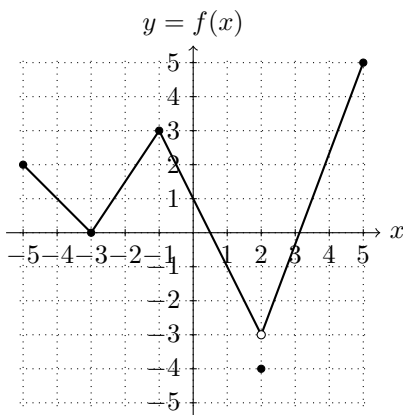
- A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = +\frac{2}{45}$
- B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{2}{45}$
- C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = +\frac{8}{45}$
- D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{8}{45}$
- E. Todas las anteriores.
- F. Ninguna de las anteriores.

25. (3 puntos) Suponga que g es continua sobre \mathbb{R} , que $\int_1^9 g(t) dt = -1$ y que $\int_7^9 g(t) dt = 5$.

Encuentre el valor exacto de $\int_1^7 g(t) dt$.

- A. +6
- B. -6
- C. -4
- D. +4
- E. Todas las anteriores.
- F. Ninguna de las anteriores.

26. (3 puntos) Considere la siguiente gráfica de $y = f(x)$. Evalúe, si existe, el límite: $L = \lim_{x \rightarrow 2} (f(x))$.



- A. $L = 2$
- B. $L = 3$
- C. $L = -4$
- D. $L = -3$
- E. El límite no existe.
- F. Ninguna de las anteriores.

27. (3 puntos) Utilice la regla de L'Hôpital (si aplica) para evaluar el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos(9x) - 1}{x^2} \right)$.

- A. $L = \frac{81}{2}$
- B. $L = -\frac{81}{2}$
- C. $L = 0$
- D. $L = \frac{9}{2}$
- E. L'Hôpital no aplica.
- F. Ninguna de las anteriores.

Parte II. Respuesta Libre

28. Utilice la regla de L'Hôpital (si aplica) para evaluar los siguientes límites.

(a) (8 puntos) $\lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{\sqrt{x+9} - 4}{x^2 - 49} \right) =$

(b) (8 puntos) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln \left(1 + \frac{3}{x} \right)}{\left(\frac{5}{x} \right)} \right) =$

29. La cantidad en gramos $A(t)$ de cierto isótopo radioactivo satisface la ecuación $A(t) = A(0)e^{kt}$ al cabo de transcurridas t horas. Suponga que a las 4:00 PM hay 24 gramos del isótopo y que a las 9:00 PM hay 3 gramos del isótopo.

(a) (8 puntos) Encuentre el valor de k .

(b) (6 puntos) Encuentre la media vida MV del isótopo.