



Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

**MATE
3151**

Segundo Examen

21 de octubre de 2013

Nombre:

No. de estudiante: _____ Profesor: _____ Sección: _____

Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (15 problemas) y otra de respuesta libre (6 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUPTIR A SUS COMPAÑEROS.

Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	12	
3	9	
4	12	
5	12	
6	24	
7	22	
8	20	
Total:	111	

Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) La suma de dos números reales no-negativos es 4. ¿Cuáles son esos dos números si la suma del cuadrado de uno de ellos con el cubo del otro es mínima?

- A. Los números son: $\frac{4}{3}, \frac{8}{3}$
- B. Los números son: 0, 4
- C. Los números son: -2, 6
- D. Los números son: $\frac{7}{5}, \frac{13}{5}$
- E. Todas las anteriores.
- F. Ninguna de las anteriores.

2. (3 puntos) La función $s(t) = 8t^2 + 3t + 9$ definida en el intervalo $0 \leq t \leq 2$, nos da la posición de un objeto moviéndose horizontalmente, donde s está dado en metros y t está dado en segundos. Encuentre la velocidad $v(t)$ y la aceleración $a(t)$ instantáneas del objeto cuando $t = 2$.

- A. $v(t) = 35$ m/seg; $a(t) = 32$ m/seg²
- B. $v(t) = 44$ m/seg; $a(t) = 16$ m/seg²
- C. $v(t) = 35$ m/seg; $a(t) = 16$ m/seg²
- D. $v(t) = 19$ m/seg; $a(t) = 2$ m/seg²
- E. Todas las anteriores.
- F. Ninguna de las anteriores.

3. (3 puntos) Suponga que $f(u) = \frac{1}{u}$ y que $u = g(x) = 7x - x^2$. Encuentre $(f \circ g)'(1)$.

- A. $+\frac{1}{5}$
- B. $-\frac{1}{5}$
- C. $+\frac{5}{36}$
- D. $-\frac{5}{36}$
- E. Todas las anteriores.
- F. Ninguna de las anteriores.

4. (3 puntos) Encuentre, en la forma $y = mx + b$, la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y = 2 - \sin(x)$, en el punto $(\pi, 2)$.

- A. $y = x - \pi + 2$
- B. $y = -x + \pi - 2$
- C. $y = -x + 2$
- D. $y = x - 2$
- E. Todas las anteriores.
- F. Ninguna de las anteriores.

5. (3 puntos) Encuentre $\frac{dq}{dr}$ dado que $q = \sqrt{15r - r^7}$.

A. $\frac{dq}{dr} = \frac{1}{2\sqrt{15r - r^7}}$

C. $\frac{dq}{dr} = \frac{1}{2\sqrt{15 - 7r^6}}$

E. Todas las anteriores.

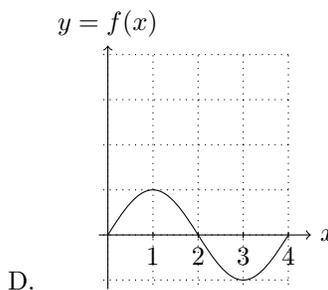
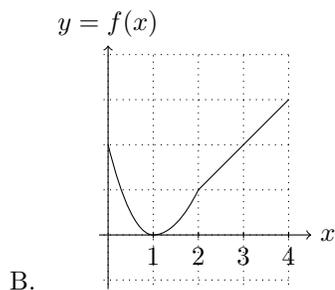
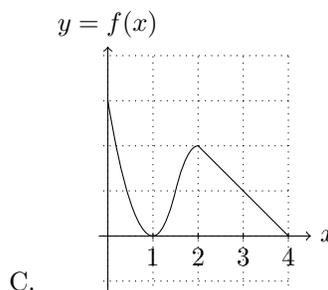
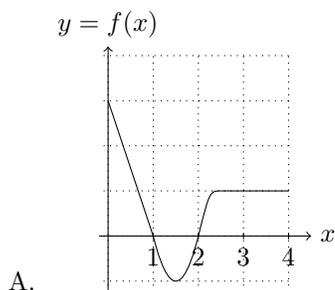
B. $\frac{dq}{dr} = \frac{-7r^6}{\sqrt{15r - r^7}}$

D. $\frac{dq}{dr} = \frac{15 - 7r^6}{2\sqrt{15r - r^7}}$

F. Ninguna de las anteriores.

6. (3 puntos) Determine la gráfica de $f(x)$ según la información dada en la tabla.

x	$f'(x)$
1	0
3	1



7. (3 puntos) Dada la función $f(x) = x + \frac{10}{x}$ definida en el intervalo $[2, 5]$. Encuentre todos los valores c en el intervalo $(2, 5)$ tales que

$$f'(c) = \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2}.$$

A. $c = 2, +\sqrt{10}$

C. $c = 3.5$

E. Todas las anteriores.

B. $c = -\sqrt{10}, +\sqrt{10}$

D. $c = +\sqrt{10}$

F. Ninguna de las anteriores.

8. (3 puntos) Considere la función $g(x) = x^3 - 12x + 16$ definida en el intervalo $[-3, 3]$. Encuentre, si alguno, los máximos y mínimos absolutos de g en el intervalo dado.

- A. el máximo absoluto es 32 en $x = -2$; el mínimo absoluto es 16 en $x = 0$
 - B. el máximo absoluto es 35 en $x = -3$; el mínimo absoluto es 2 en $x = 0$
 - C. el máximo absoluto es 25 en $x = -3$; el mínimo absoluto es 0 en $x = -2$
 - D. el máximo absoluto es 32 en $x = -2$; el mínimo absoluto es 0 en $x = 2$
 - E. Todas las anteriores.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

9. (3 puntos) La posición de un objeto moviéndose sobre una recta está dada por $s(t) = t^2 - 6t + 3$, donde s está dado en metros y t está dado en segundos. ¿Cuándo, si alguna vez, durante el intervalo de tiempo $0 \leq t \leq 6$ el objeto cambia de dirección?

- A. $t = 3$ seg.
 - B. $t = 6$ seg.
 - C. $t = 12$ seg.
 - D. $t = 12$ seg.
 - E. Nunca cambia de dirección.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

10. (3 puntos) Encuentre la pendiente de la curva dada por la relación $x^3y^3 = 8$ en el punto $(2, 1)$.

- A. $-\frac{1}{4}$
 - B. 4
 - C. 2
 - D. $-\frac{1}{2}$
 - E. Todas las anteriores.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

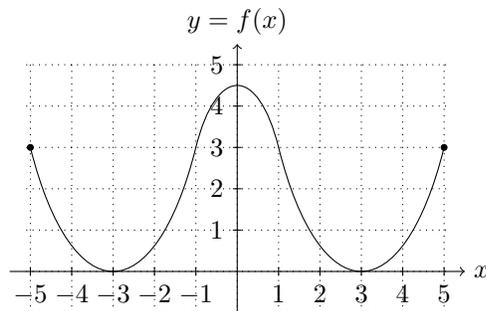
11. (3 puntos) La derivada de cierta función $f(x)$ es $f'(x) = x(x-2)^2(x-4)^3(x-6)^4(x-8)^5$. Encuentre los valores de x en donde la función $f(x)$ alcanza valores mínimos locales.

- A. $x = 0, 2, 4, 6, 8$
- B. $x = 4, 6$
- C. $x = 0, 8$
- D. $x = 4$
- E. El límite no existe.
- F. Ninguna de las anteriores.

12. (3 puntos) Utilice la técnica de diferenciación implícita para encontrar $\frac{dy}{dx}$ dado que $y\sqrt{x+1} = 4$.

- A. $\frac{dy}{dx} = +\frac{2y}{x+1}$
 - B. $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{2(x+1)}$
 - C. $\frac{dy}{dx} = -\frac{2y}{x+1}$
 - D. $\frac{dy}{dx} = +\frac{y}{2(x+1)}$
 - E. Todas las anteriores.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

13. (3 puntos) Considere la siguiente gráfica de $y = f(x)$, donde $-5 \leq x \leq 5$. Indique los valores de x en donde la función alcanza un máximo absoluto, si alguno.



- A. $x = 5$
 - B. $x = 4.5$
 - C. $x = 0$
 - D. $x = -5$
 - E. Todas las anteriores.
 - F. No hay máximo absoluto.
-

14. (3 puntos) Dado que $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ y que $x_0 = 1$. Utilice el método de Newton para aproximar las raíces de $f(x) = 0$ hasta encontrar el segundo estimado x_2 .

- A. $x_2 = 0.33$
 - B. $x_2 = 0.50$
 - C. $x_2 = 0.35$
 - D. $x_2 = 0.85$
 - E. Todas las anteriores.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

15. (3 puntos) Encuentre y'' dado que $y = 3x \sin(x)$.

- A. $y'' = 3x \cos(x) + 3 \sin(x)$
- B. $y'' = 3x \cos(x) - 3 \sin(x)$
- C. $y'' = 6 \cos(x) + 3x \sin(x)$
- D. $y'' = 6 \cos(x) - 3x \sin(x)$
- E. Todas las anteriores.
- F. Ninguna de las anteriores.

Parte II. Respuesta Libre

16. (a) (6 puntos) Simplifique, $\frac{d}{dx} [\sin(e^{x^2})]$.

(b) (6 puntos) Simplifique, $\frac{d}{dx} [\ln(\cos(x) + 3)]$.

17. (Problema de Avalúo.)

(a) (4 puntos) Enuncie el teorema de la media.

Teorema 1 (de la media).

(b) (8 puntos) Considere la función $f(x) = 7 + \sqrt{x-3}$ definida sobre el intervalo $[4, 12]$. Encuentre todos los valores c en $(4, 12)$ que satisfacen la conclusión del teorema de la media.

18. Considere la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 25$.

(a) (6 puntos) Determine los intervalos donde f es creciente.

(b) (6 puntos) Determine los intervalos donde la gráfica de f es cóncava hacia abajo.

(c) (4 puntos) Determine los puntos de inflexión la gráfica de f .

(d) (6 puntos) Haga un dibujo de la gráfica de f .

19. (10 puntos) La altura de cierto triángulo disminuye a razón de 2 cm/min mientras que el área del mismo disminuye a razón de 6 cm²/min. ¿A qué ritmo cambia la base del triángulo cuando la altura es igual a 20 cm y el área es de 150 cm² ? Explique.

20. (10 puntos) Un fabricante de tanques de metal quiere construir un tanque en forma de caja rectangular, sin tapa, de base cuadrada y cuyo volumen sea 64 pies³. ¿Cuáles son las dimensiones del tanque de menor área superficial que tenga las especificaciones mencionadas? Explique.