



Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

**MATE
3151**

Primer Examen

20 de septiembre de 2013

Nombre:

No. de estudiante: _____ Profesor: _____ Sección: _____

Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (15 problemas) y otra de respuesta libre (6 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUPTIR A SUS COMPAÑEROS.

Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	9	
3	12	
4	12	
5	12	
6	22	
7	22	
8	22	
Total:	111	

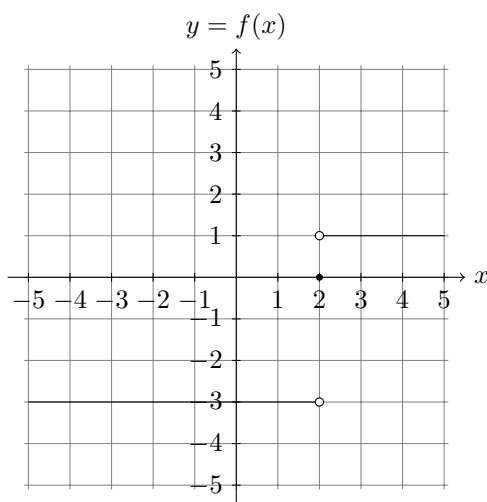
Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Dado que, $y = \frac{5}{x} + 2 \sec(x)$. Encuentre y' .

- A. $y' = -\frac{5}{x^2} + 2 \sec^2(x)$
 - B. $y' = -\frac{5}{x^2} - 2 \csc(x)$
 - C. $y' = +\frac{5}{x^2} + 2 \sec(x) \tan(x)$
 - D. $y' = -\frac{5}{x^2} + 2 \sec(x) \tan(x)$
 - E. Todas las anteriores.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

2. (3 puntos) Considere la siguiente gráfica de $y = f(x)$. Evalúe, si existe, el siguiente límite:

$$L = \lim_{x \rightarrow 2^+} (f(x)).$$



- A. $L = 0$
 - B. $L = 1$
 - C. $L = 2$
 - D. $L = -3$
 - E. El límite no existe.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

3. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{4x^2 - 8}}{x - 2} \right)$.

- A. $L = 1$
- B. $L = 2$
- C. $L = 4$
- D. $L = 8$
- E. El límite no existe.
- F. Ninguna de las anteriores.

4. (3 puntos) La pendiente de la curva $f(x) = \frac{4}{x}$ en el punto $P(3, \frac{4}{3})$ está dada por el límite:

$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(3+h) - f(3)}{h} \right).$$

Evalúe m .

- A. $m = -\frac{4}{9}$
 - B. $m = +\frac{4}{9}$
 - C. $m = -\frac{4}{3}$
 - D. $m = +\frac{4}{3}$
 - E. m no existe.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

5. (3 puntos) Encuentre, en la forma $y = mx + b$, la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y = x^2 + 5x$, en el punto $(4, 36)$.

- A. $y = 13x - 16$
 - B. $y = -13x + 88$
 - C. $y = 8x + 4$
 - D. $y = -8x + 68$
 - E. Todas las anteriores.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

6. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x}{3x + 2} \right)$.

- A. $L = -1$
 - B. $L = -\frac{1}{5}$
 - C. $L = +\frac{1}{5}$
 - D. $L = 1$
 - E. El límite no existe.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

7. (3 puntos) Dado que, $y = (2x^3 + 4) \cdot (5x^7 - 8)$. Encuentre y' .

- A. $y' = 8x^9 + 140x^6 - 48x^2$
- B. $y' = 100x^9 + 140x^6 - 48x^2$
- C. $y' = 100x^9 + 140x^6 - 48x$
- D. $y' = (6x^2) \cdot (35x^6)$
- E. Todas las anteriores.
- F. Ninguna de las anteriores.

8. (3 puntos) Dado que x satisface la desigualdad $|x-7| < 1$, encuentre M y N tales que $M < 10x-3 < N$.
- A. $M = 60$ y $N = 80$
 - B. $M = 57$ y $N = 77$
 - C. $M = -1$ y $N = 1$
 - D. $M = 0$ y $N = 57$
 - E. Todas las anteriores.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

9. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\text{sen}(10x)}{3x \cdot \cos(5x)} \right)$.
- A. $L = \frac{10}{3}$
 - B. $L = \frac{10}{15}$
 - C. $L = \frac{10}{125}$
 - D. $L = 0$
 - E. El límite no existe.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

10. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 + 6x - 27}{x - 3} \right)$.
- A. $L = 12$
 - B. $L = 6$
 - C. $L = 1$
 - D. $L = 0$
 - E. El límite no existe.
 - F. Ninguna de las anteriores.
-

11. (3 puntos) Considere la función $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 11 \\ x + A & \text{si } x > 11 \end{cases}$. ¿Qué valor debe ser A para que f sea continua en $x = 11$?
- A. $A = 0$
 - B. $A = 11$
 - C. $A = 110$
 - D. $A = 121$
 - E. Todas las anteriores.
 - F. Ninguna de las anteriores.

12. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{5}{x^2 - 9} \right)$.

A. $L = 0$

B. $L = +\infty$

C. $L = -\infty$

D. $L = -\frac{5}{6}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

13. (3 puntos) Dado que $\lim_{x \rightarrow 2} (xf(x)) = 7$ y $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2g(x)) = 1$. Evalúe, si existe, el siguiente límite:

$$L = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right).$$

A. $L = 2$

B. $L = \frac{1}{7}$

C. $L = 7$

D. $L = 14$

E. El límite no existe.

F. Ninguna de las anteriores.

14. (3 puntos) Considere la función $f(x) = \frac{5}{x-3}$ definida sobre el intervalo $I = [5, 9]$. Encuentre la tasa promedio de cambio, con respecto a x , de la función $y = f(x)$ sobre el intervalo I .

A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = +\frac{5}{6}$

B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{5}{6}$

C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = +\frac{5}{12}$

D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{5}{12}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

15. (3 puntos) Evalúe, si existe, el siguiente límite: $L = \lim_{x \rightarrow 1/5} \left(5x \left(x - \frac{1}{7} \right) \right)$.

A. $L = \frac{12}{35}$

B. $L = \frac{2}{175}$

C. $L = \frac{2}{35}$

D. $L = \frac{2}{7}$

E. El límite no existe.

F. Ninguna de las anteriores.

Parte II. Respuesta Libre

16. Complete cada una de las siguientes definiciones en la caja provista.

(a) (6 puntos)

Definición 1 (Formal de límite).

Decimos que $\lim_{x \rightarrow c} (f(x)) = L$, si

(b) (4 puntos)

Definición 2 (Continuidad).

Decimos que $f(x)$ es continua en $x = c$, si

17. (Problema de Avalúo.)

(a) (4 puntos) Enuncie el teorema del valor intermedio.

(b) (8 puntos) Considere la función $F(x) = (x - 7)(x - 8) + x^2$. Utilice el teorema del valor intermedio, con un intervalo apropiado $[a, b]$ para demostrar que existe un valor c tal que $F(c) = 53$. Indique claramente el intervalo que utilizó. Explique.

18. En Cálculo II se llega a demostrar que para todo x real,

$$1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos(x) \leq 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}.$$

(a) (4 puntos) Manipule la desigualdad arriba hasta encontrar dos funciones $M(x)$ y $N(x)$ tales que

$$M(x) \leq \frac{\cos(x) - 1}{x^2} \leq N(x).$$

(b) (6 puntos) Utilice el teorema del Sandwich, para evaluar $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos(x) - 1}{x^2} \right)$.

19. (a) (6 puntos) Evalúe, $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + \operatorname{sen}(3x)}{x} \right)$.

(b) (6 puntos) Evalúe, $\lim_{x \rightarrow 10} \left(\frac{\sqrt{x+6} - 4}{x - 10} \right)$.

20. (10 puntos) Utilizando la definición de la derivada, encuentre $f'(5)$, para la función $f(x) = \frac{3}{x+2}$.

21. (a) (6 puntos) Simplifique, $\frac{d}{dx} [4 \tan(x) + 10e^x]$. (b) (6 puntos) Simplifique, $\frac{d}{dx} [\ln(x) \cdot \cos(x)]$.