



## Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales  
Recinto de Río Piedras

**MATE  
3151**

Segundo Examen

6 de marzo de 2013

Nombre:

No. de estudiante: \_\_\_\_\_ Profesor: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

### Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (12 problemas) y otra de respuesta libre (6 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUMPIR A SUS COMPAÑEROS.

Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	12	
3	12	
4	12	
5	24	
6	24	
7	24	
Total:	108	

## Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Encuentre, en la forma  $y = mx + b$ , la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $y = x^2$ , en el punto  $(2, 4)$ .

A.  $y = 4x + 4$

B.  $y = 4x - 4$

C.  $y = 2x$

D.  $y = -2x + 8$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

2. (3 puntos) Encuentre la segunda derivada de  $s = \frac{11t^5}{5} + 4t^3$ .

A.  $s'' = 44t^3 + 24t$

B.  $s'' = 44t + 24$

C.  $s'' = \frac{11t^3}{5} + 4t$

D.  $s'' = \frac{11t}{5} + 4$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

3. (3 puntos) Dado que,  $y = (1 + x^2) \cdot (x^5 + 1)$ . Encuentre  $y'$ .

A.  $y' = 7x^6 + 5x^4 + 2x$

B.  $y' = 7x^6 + 5x^4 + 2$

C.  $y' = (2x) \cdot (5x^4)$

D.  $y' = x^7 + x^5 + x^2 + 1$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

4. (3 puntos) Utilice la técnica de diferenciación implícita para encontrar  $\frac{dy}{dx}$  dado que  $xy + y = 15$ .

A.  $\frac{dy}{dx} = -\frac{1+x}{y}$

B.  $\frac{dy}{dx} = -\frac{1+y}{x}$

C.  $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x+1}$

D.  $\frac{dy}{dx} = +\frac{y}{x+1}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

5. (3 puntos) Considere los valores de  $f, g, f', g'$  en los puntos  $x = 3$  y  $x = 4$  según la tabla. Encuentre  $H'(4)$  dado que  $H(x) = f(g(x))$ .

$x$	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
3	1	16	8	5
4	3	3	5	-6

- A.  $H'(4) = -48$   
 B.  $H'(4) = -18$   
 C.  $H'(4) = -14$   
 D.  $H'(4) = 2$   
 E. Todas las anteriores.  
 F. Ninguna de las anteriores.

6. (3 puntos) Dado que,  $y = \frac{x^2}{3} + \frac{3}{x^2}$ . Encuentre  $y'$ .

- A.  $y' = \frac{2x}{9} + \frac{3}{x^4}$   
 B.  $y' = \frac{2x}{9} - \frac{3}{x^4}$   
 C.  $y' = \frac{2x}{3} + \frac{6}{x^3}$   
 D.  $y' = \frac{2x}{3} - \frac{6}{x^3}$   
 E. Todas las anteriores.  
 F. Ninguna de las anteriores.

7. (3 puntos) Encuentre la derivada de la función  $y = 7 \tan(x) + \frac{10}{\sec(x)}$ .

- A.  $y' = 7 \cot(x) + 10 \csc^2(x)$   
 B.  $y' = 7 \sec^2(x) + 10 \sin(x)$   
 C.  $y' = 7 \sec^2(x) - 10 \sin(x)$   
 D.  $y' = 7 \cot(x) - 10 \csc^2(x)$   
 E. Todas las anteriores.  
 F. Ninguna de las anteriores.

8. (3 puntos) El voltaje  $V$  (en volts), la corriente  $I$  (en amperes) y la resistencia  $R$  (en ohms) están relacionados mediante la ecuación  $V = IR$ . Suponga que  $V$  aumenta a razón de 1 volt/seg., mientras que  $I$  disminuye a razón de  $\frac{1}{3}$  amperes/seg.. Determine  $\frac{dR}{dt}$  cuando  $V = 12$  volts e  $I = 2$  amperes.

- A.  $\frac{dR}{dt} = -\frac{1}{2}$  ohms/seg.  
 B.  $\frac{dR}{dt} = +\frac{1}{2}$  ohms/seg.  
 C.  $\frac{dR}{dt} = -\frac{3}{2}$  ohms/seg.  
 D.  $\frac{dR}{dt} = +\frac{3}{2}$  ohms/seg.  
 E. Todas las anteriores.  
 F. Ninguna de las anteriores.

9. (3 puntos) Encuentre la derivada de la función  $y = \frac{x^5}{x+1}$ .

A.  $y' = \frac{5x^4}{1}$

B.  $y' = \frac{5x^4 - x^5}{(x+1)^2}$

C.  $y' = \frac{4x^5 + 5x^4}{(x+1)^2}$

D.  $y' = \frac{-4x^5 - 5x^4}{(x+1)^2}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

10. (3 puntos) Encuentre  $\frac{dy}{dt}$  dado que  $y = \sqrt[3]{\sin(12t)}$ .

A.  $\frac{dy}{dt} = \frac{4 \cos(12t)}{\sin(12t)}$

D.  $\frac{dy}{dt} = \frac{\cos(12t)}{3 \sin(12t)}$

B.  $\frac{dy}{dt} = \frac{4 \cos(12t)}{(\sin(12t))^{2/3}}$

E. Todas las anteriores.

C.  $\frac{dy}{dt} = \frac{\cos(12t)}{3(\sin(12t))^{2/3}}$

F. Ninguna de las anteriores.

---

11. (3 puntos) Suponga que  $u = u(x)$  y  $w = w(x)$  son funciones diferenciables para todo número real  $x$ . Además, suponga que  $u(7) = 5$ ,  $u'(7) = 20$ ,  $w(7) = 2$ ,  $w'(7) = 3$ . Encuentre  $\frac{d}{dx} \left( \frac{u(x)}{w(x)} \right)$  cuando  $x = 7$ .

A.  $-\frac{20}{3}$

B.  $+\frac{20}{3}$

C.  $-\frac{25}{4}$

D.  $+\frac{25}{4}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

12. (3 puntos) Encuentre  $y''$  dado que  $y = \sin(4x)$ .

A.  $y'' = +64 \sin(x)$

C.  $y'' = +16 \sin(4x)$

E. Todas las anteriores.

B.  $y'' = -64 \sin(x)$

D.  $y'' = -16 \sin(4x)$

F. Ninguna de las anteriores.

---

## Parte II. Respuesta Libre

13. La posición de un objeto, cuyo movimiento es horizontal, está dada por  $x(t) = 10t^{3/2} - 15t + 10$  (en millas) al cabo de  $t$  horas.

- (a) (6 puntos) ¿Cuál es la velocidad instantánea del objeto cuando  $t = 1/4$ ?      (b) (6 puntos) ¿En que momento es la velocidad instantánea del objeto igual a cero?



14. (Problema de Avalúo.) Considere el límite  $L = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{\tan(\frac{\pi}{3} + h) - \tan(\frac{\pi}{3})}{h} \right)$ .

- (a) (4 puntos) Al considerar el límite  $L$  anterior, un estudiante muy despierto descubre que el límite tiene la forma de la definición de la derivada de cierta función  $f$  en cierto punto  $c$ . ¿Qué es  $f(x)$ ? ¿Qué es  $c$ ?

- (b) (8 puntos) Utilice sus conocimientos de diferenciación para evaluar  $L$ .

15. (12 puntos) Encuentre  $\frac{dy}{dx}$  y la ecuación de la recta tangente a la curva determinada por la relación  $xy^3 = 12 + xy^2$  en el punto  $(3, 2)$ . ( **Nota.** Dé su contestación en la forma  $y = mx + b$ ).

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$y =$$

16. (a) (6 puntos) Simplifique,  $\frac{d}{dx} \left[ \sqrt{x + \sqrt{x}} \right]$ .

- (b) (6 puntos) Simplifique,  $\frac{d}{dx} \left[ \tan(\sin(3 - 10x)) \right]$ .

17. (12 puntos) Simplifique,

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ \frac{\text{sen}(x)}{1 - \cos(x)} \right].$$

18. (12 puntos) Una niña de 5 pies de estatura se aleja de un poste de luz, cuya altura es 12 pies, a razón de 3 pies por segundo. Encuentre la razón de cambio de la longitud de su sombra cuando la niña está a 10 pies del poste. Explique.