



## Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales  
Recinto de Río Piedras

**MATE  
3151**

Segundo Examen

17 de octubre de 2012

Nombre:

No. de estudiante: \_\_\_\_\_ Profesor: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

### Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (12 problemas) y otra de respuesta libre (6 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUPIR A SUS COMPAÑEROS.

Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Run L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X again to produce the table

## Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Dado que,  $y = \frac{1}{13x^2} + \frac{1}{7x}$ . Encuentre  $y'$ .

A.  $y' = -\frac{2}{13x} - \frac{1}{7x^2}$

B.  $y' = -\frac{1}{13x^3} + \frac{1}{7x^2}$

C.  $y' = -\frac{2}{13x^3} - \frac{1}{7x^2}$

D.  $y' = \frac{2}{13x^3} + \frac{1}{7x^2}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

2. (3 puntos) Encuentre la segunda derivada de  $s = \frac{7t^3}{3} + 7$ .

A.  $s'' = 7t$

B.  $s'' = 14t + 7$

C.  $s'' = 14t$

D.  $s'' = 7t^2$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

3. (3 puntos) Encuentre la derivada de la función  $y = \frac{x^3}{x-1}$ .

A.  $y' = \frac{-2x^3 + 3x^2}{(x-1)^2}$

B.  $y' = \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$

C.  $y' = \frac{-2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$

D.  $y' = \frac{2x^3 + 3x^2}{(x-1)^2}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

4. (3 puntos) Suponga que  $u = u(x)$  y  $w = w(x)$  son funciones diferenciables para todo número real  $x$ . Además, suponga que  $u(2) = 10$ ,  $u'(2) = 3$ ,  $w(2) = -2$ ,  $w'(2) = -5$ . Encuentre  $\frac{d}{dx}(u(x) \cdot w(x))$  cuando  $x = 2$ .

A. -44

B. 40

C. -56

D. 56

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

5. (3 puntos) La función  $s(t) = 9t - t^2$  nos da la posición de un objeto moviéndose horizontalmente, donde  $s$  está dado en metros,  $t$  está dado en segundos y  $0 \leq t \leq 9$ . Encuentre el desplazamiento y la velocidad promedio del objeto para  $t$  en intervalo que va desde  $t = 0$  hasta  $t = 9$ .

- A. desp. = 0 m; vel. prom. = 0 m/sec      D. desp. = 162 m; vel. prom. = 18 m/sec  
 B. desp. = -162 m; vel. prom. = -18 m/sec      E. Todas las anteriores.  
 C. desp. = 162 m; vel. prom. = -9 m/sec      F. Ninguna de las anteriores.

6. (3 puntos) Considere los valores de  $f, g, f', g'$  en los puntos  $x = 3$  y  $x = 4$  según la tabla. Encuentre  $H'(3)$  dado que  $H(x) = (f(x))^2 \cdot g(x)$ .

$x$	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
3	1	16	8	5
4	3	3	5	-6

- A.  $H'(3) = 37$       D.  $H'(3) = 261$   
 B.  $H'(3) = 80$       E. Todas las anteriores.  
 C.  $H'(3) = 133$       F. Ninguna de las anteriores.

7. (3 puntos) Encuentre la derivada de la función  $y = \frac{7}{\text{sen}(x)} + \frac{1}{\text{cot}(x)}$ .

- A.  $y' = 7 \cos(x) - \csc^2(x)$       D.  $y' = 7 \csc(x) \cot(x) - \sec^2(x)$   
 B.  $y' = -7 \csc(x) \cot(x) + \sec^2(x)$       E. Todas las anteriores.  
 C.  $y' = 7 \csc(x) \cot(x) - \csc^2(x)$       F. Ninguna de las anteriores.

8. (3 puntos) Encuentre  $y''$  dado que  $y = -4 \cos(x)$ .

- A.  $y'' = -4 \cos(x)$       D.  $y'' = -4 \text{sen}(x)$   
 B.  $y'' = 4 \cos(x)$       E. Todas las anteriores.  
 C.  $y'' = 4 \text{sen}(x)$       F. Ninguna de las anteriores.

9. (3 puntos) Encuentre  $\frac{dy}{dt}$  dado que  $y = (1 + \sin(10t))^{-4}$ .

A.  $\frac{dy}{dt} = -4(1 + \sin(10t))^{-5} \cos(10t)$

D.  $\frac{dy}{dt} = -40(\cos(10t))^{-5}$

B.  $\frac{dy}{dt} = -4(1 + \sin(10t))^{-5}$

E. Todas las anteriores.

C.  $\frac{dy}{dt} = -40(1 + \sin(10t))^{-5} \cos(10t)$

F. Ninguna de las anteriores.

---

10. (3 puntos) Utilice la técnica de diferenciación implícita para encontrar  $\frac{dy}{dx}$  dado que  $xy + x = 2$ .

A.  $\frac{dy}{dx} = -\frac{1+x}{y}$

B.  $\frac{dy}{dx} = -\frac{1+y}{x}$

C.  $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y}{x}$

D.  $\frac{dy}{dx} = \frac{1+x}{y}$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

11. (3 puntos) Dado que,  $y = \left(\frac{3}{x} + x\right) \cdot \left(\frac{3}{x} - x\right)$ . Encuentre  $y'$ .

A.  $y' = -\frac{18}{x} + 2x$

B.  $y' = -\frac{9}{x^3} - 2x$

C.  $y' = \frac{18}{x^3} + 2x$

D.  $y' = -\frac{18}{x^3} - 2x$

E. Todas las anteriores.

F. Ninguna de las anteriores.

---

12. (3 puntos) La energía cinética  $K$  de un objeto con masa  $m$  y velocidad  $v$  está dada por la fórmula  $K = \frac{1}{2}mv^2$ . Expresé  $\frac{dm}{dt}$  en términos de  $\frac{dv}{dt}$ , asumiendo que  $K$  es una constante.

A.  $\frac{dm}{dt} = -\frac{2m}{v} \frac{dv}{dt}$

D.  $\frac{dv}{dt} = -\frac{2m}{v} \frac{dm}{dt}$

B.  $\frac{dm}{dt} = -2mv^3 \frac{dv}{dt}$

E. Todas las anteriores.

C.  $\frac{dm}{dt} = \frac{m}{v} \frac{dv}{dt}$

F. Ninguna de las anteriores.

---

## Parte II. Respuesta Libre

13. (12 puntos) Suponga que  $F(x) = \cos(x)$ . Utilizando la definición de derivada y la fórmula  $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ , verifique que  $F'(x) = -\sin(x)$ .

14. (Problema de Avalúo.) Un proyectil, cuyo movimiento es vertical, está a  $s(t) = -16t^2 + 224t + 1920$  pies sobre el suelo luego de  $t$  segundos de haber sido lanzado.

(a) (6 puntos) ¿Cuándo es la velocidad instantánea del proyectil igual a cero?

(b) (6 puntos) ¿Cuál es la altura máxima del proyectil?

15. (12 puntos) Considere la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 14x & \text{si } x < 5 \\ mx + b & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$ . ¿Qué valores deben ser  $m$  y  $b$  para que  $f$  sea diferenciable en  $x = 5$  y por supuesto continua en  $x = 5$ ?

16. (a) (6 puntos) Simplifique,  $\frac{d}{dx} [\sec(\sqrt{x})]$ .

(b) (6 puntos) Simplifique,  $\frac{d}{dx} [\cos(x^4 + \tan(x))]$ .

17. (12 puntos) Simplifique,

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ \frac{d}{dx} (10x + 4x^2) \cdot (x^4 + 5) \right].$$

18. (12 puntos) Dos barcos, uno viniendo desde el norte (la Niña) y el otro viniendo desde el este (la Pinta), se están acercando a una pequeña isla. La Niña está navegando a 20 m.p.h. y la Pinta está navegando a 15 m.p.h.. En cierto momento la Pinta está a 30 millas de la isla y la Niña está a 40 millas de la isla. ¿Cuán rápido está cambiando la distancia entre los dos barcos en ese momento? Explique.