Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

MATE 3151

Cuarto Examen

30 de abril de 2012

Nombre:

No. de estudiante: ______________ Profesor: ______________ Sección: ________

Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (12 problemas) y otra de respuesta libre (6 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
2. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
3. NO SE PERMITE EL USO DE CELULARES.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (IPADS, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUMPIR A SUS COMPAÑEROS.

Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	12	
3	12	
4	12	
5	24	
6	24	
7	24	
Total:	108	

Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Considere la función $f(x) = x^2$ definida sobre el intervalo $[2, 6]$. Aproxime el área de la región acotada por la gráfica y el eje de x, utilizando una suma de Riemann asociada a la partición uniforme de cuatro intervalos (de igual longitud) y utilizando la regla de punto medio (i.e. c_k es el punto medio del intervalo k.)

   A. 54   C. 86   E. Todas las anteriores.

   B. 62   D. 69   F. Ninguna de las anteriores.

---

2. (3 puntos) Dado que $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k = 5$ y que $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k = 10$, encuentre el valor de $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (a_k - 2b_k)$.

   A. 25   C. 15   E. Todas las anteriores.

   B. -25 D. -15 F. Ninguna de las anteriores.

---

3. (3 puntos) Evalúe la suma $\displaystyle\sum_{k=1}^{6} \left(k^2 - 4\right)$.

   A. 87   C. 32   E. Todas las anteriores.

   B. 67   D. 91   F. Ninguna de las anteriores.

---

4. (3 puntos) Exprese el límite a continuación como una integral definida:

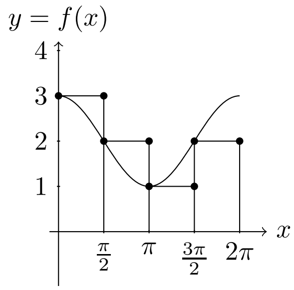
$$\lim_{\|\mathscr{P}\| \to 0} \left(\sum_{k=1}^{n} \sqrt{c_k^2 + 19} \cdot \Delta x_k \right),$$

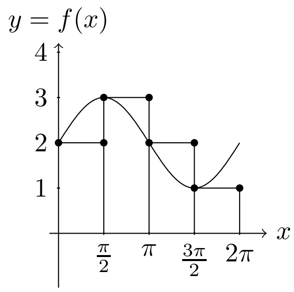
   donde $\mathscr{P}$ es una partición del intervalo $[-4, 3]$.

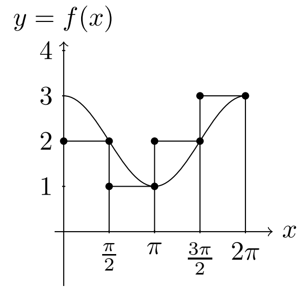
   A. $\displaystyle\int_1^n \sqrt{x^2 + 19}\, dx$ C. $\displaystyle\int_{-4}^{3} \sqrt{x^2 + 19}\, dx$ E. Todas las anteriores.

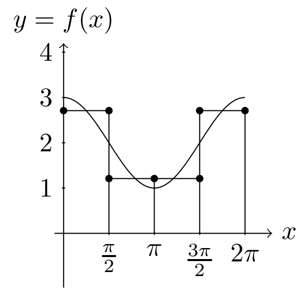
   B. $\displaystyle\int_3^{-4} \sqrt{x^2 + 19}\, dx$ D. $\displaystyle\int_{-4}^{3} \sqrt{x + 19}\, dx$ F. Ninguna de las anteriores.

5. (3 puntos) Considere la función $f(x) = \cos(x) + 2$ definida sobre el intervalo $[0, 2\pi]$. ¿Cuál de las siguientes representa una aproximación del área de la región acotada por la gráfica y el eje de x, utilizando una suma de Riemann asociada a la partición uniforme de cuatro intervalos y utilizando la regla de punto izquierdo (i.e. c_k es el extremo izquierdo del intervalo k.)?

A. 

B. 

C. 

D. 

---

6. (3 puntos) Suponga que g es continua sobre los números reales y que $\int_1^7 g(x)\,dx = 2$ y que $\int_1^{10} g(x)\,dx = 18$. Encuentre $\int_{10}^{7} g(x)\,dx$.

A. 20
B. 16
C. -16
D. -20
E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

---

7. (3 puntos) Haga la gráfica del integrando y utilice el concepto de área debajo de la curva para evaluar la integral $\int_{-1}^{9} |x|\,dx$.

A. 82
B. 10
C. 40
D. 41
E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

---

8. (3 puntos) Evalúe la integral $\int_1^2 \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 dt$.

A. $\frac{29}{6}$
B. $\frac{5}{6}$
C. $\frac{15}{2}$
D. $\frac{37}{6}$
E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

9. (3 puntos) Encuentre la derivada de $y = \int_0^{x^8} \cos\left(\sqrt{t}\right)\, dt$.

A. $8x^7\cos(x^4)$
B. $\cos(x^4) - 1$
C. $\cos(x^4)$
D. $\operatorname{sen}(x^4)$
E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

---

10. (3 puntos) Evalúe la integral utilizando la sustitución sugerida.

$$\int x\cos\left(4x^2\right)\, dx \quad ; \quad u = 4x^2.$$

A. $\operatorname{sen}(4x^2) + C$
B. $\frac{1}{8}\operatorname{sen}(4x^2) + C$
C. $\frac{x^2}{2}\operatorname{sen}(4x^2) + C$
D. $\frac{1}{u}\operatorname{sen}(u) + C$
E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

---

11. (3 puntos) Encuentre el volumen del sólido que se obtiene al girar la región acotada por las gráficas de

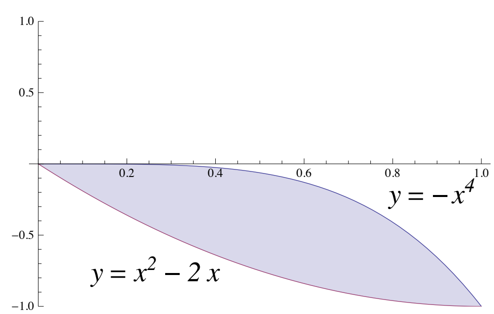
$$y = \sqrt{x}; \quad y = 0; \quad x = 0; \quad x = 8.$$

alrededor del eje de x.

A. 4π
B. 8π
C. 32π
D. $\frac{64\pi}{3}$
E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

---

12. (3 puntos) Encuentre el área de la región sombreada.



A. $\frac{76}{15}$
B. 2
C. $\frac{7}{15}$
D. $\frac{22}{15}$
E. Todas las anteriores.
F. Ninguna de las anteriores.

Parte II. Respuesta Libre

13. (12 puntos) Para la función $f(x) = 3x^2 - 3$ definida sobre el intervalo $[0, 2]$, encuentre el valor (o los valores) de c que satisfacen la conclusión del Teorema de la Media para integrales.

14. (Problema de Avalúo.)

    (a) (6 puntos) Evalúe $\dfrac{d}{dx}\left[\displaystyle\int_3^{x^5} \frac{2t}{1+t^6}\, dt\right]$.

    (b) (6 puntos) Evalúe $\displaystyle\int_1^3 \frac{d}{dx}\left[\frac{x}{x+1}\right]\, dx$.

15. (12 puntos) Suponga que f y f' son funciones diferenciables tales que, $f''(x) = 200x^3 - 18x$, $f'(1) = 48$ y $f(1) = 25$. Encuentre $f(x)$.

16. (a) (6 puntos) Evalúe $\displaystyle\int \frac{x+5}{(x^2+10x+7)^3}\, dx$

(b) (6 puntos) Evalúe $\displaystyle\int \sec^2(x) \cdot (\tan(x) + \tan^3(x) + \tan^5(x))\, dx$.

17. (12 puntos) Encuentre al área de la región acotada por las gráficas de

$$f(x) = -x^2 + 3x \qquad \text{y} \qquad g(x) = 2x^3 - x^2 - 5x.$$

18. (12 puntos) Encuentre el volumen del sólido que se obtiene al girar la región(definida en el intervalo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$) sombreada alrededor del eje de x.