

Universidad de Puerto Rico, Río Piedras  
Facultad de Ciencias Naturales  
Departamento de Matemáticas  
San Juan, Puerto Rico

Apellidos: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

No. estudiante: \_\_\_\_\_

Sección: \_\_\_\_\_

MATE 3151 Exam I: 22 de septiembre de 2011

Profesor: \_\_\_\_\_

---

**INSTRUCCIONES- LEARLAS AHORA**

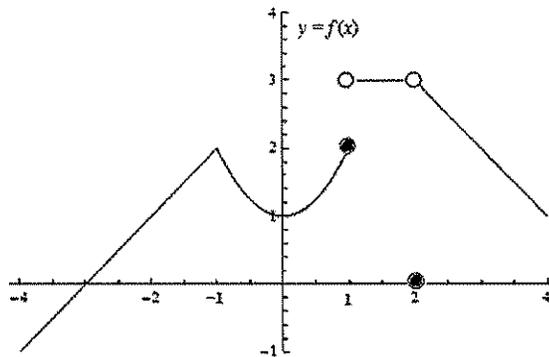
1. Esta prueba consiste de 8 problemas en 7 páginas.
2. Escriba su nombre, número de estudiante, sección y el nombre de su profesor **ahora**.
3. Muestre su trabajo. Para recibir crédito, sus respuestas deben estar bien escritas y organizadas.
4. Por favor, apage el teléfono celular y cualquier otro aparato electrónico que pueda interrumpir a otros tomando el examen.
5. Esta prueba es de 2 horas. No se permiten calculadoras.

\_\_\_\_\_ NO ESCRIBA DEBAJO DE ESTA LINEA \_\_\_\_\_

Problema	Puntos	Puntuación
#1	10	
#2	24	
#3	10	
#4	13	
#5	13	
#6	12	
#7	18	
#8	10	
Total	100	

**¡Éxito!**

1. Considere la función  $f(x)$  en la siguiente figura. Encuentre (si existe) lo siguiente: (10 pts)



(a)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

(d)  $f(2) =$

(e)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

2. Determina cada uno de los siguientes límites:

(24 pts)

$$(a) \lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{3x}{x+2} + \frac{6}{x+2} \right)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\tan(2x)}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 3x - 18}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{x-4}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x-5}{|x-5|}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos(x) + 5 \sin(x) - x}{x}$$

3. Pruebe que  $\lim_{x \rightarrow 4} 5x - 3 = 17$  usando  $\varepsilon - \delta$ .

(10 pts)

4. Se puede demostrar que las siguientes desigualdades son válidas para valores de  $x$  suficientemente cercanos a 0:

$$1 + \frac{x^2}{3} \leq \frac{\tan(x)}{x} \leq 1 + x^2$$

(a) Enuncia el Teorema del Emparedado.

(5 pts)

(b) Aplica el teorema que enunciaste en (a) para evaluar  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}$ .

(8 pts)

5. Haga lo siguiente.

(a) Enuncie el Teorema del Valor Intermedio.

(5 pts)

(b) Utilice el Teorema del Valor Intermedio para demostrar que la ecuación  $\tan(x) + x = 1$  tiene una solución en el intervalo cerrado  $[0, \pi/4]$ .

(8 pts)

6. Considere la función

(12 pts)

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x - 1, & x \leq 1 \\ ax^2 + b, & 1 < x \leq 2 \\ 4x + 1, & x > 2 \end{cases}$$

Determine  $a, b$  tal que  $f$  es continua.

7. Recuerde que una función  $f(x)$  es continua en  $x = c$  si y sólo si

(18 pts)

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c).$$

Utilice esto para contestar las siguientes preguntas acerca de  $f(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} x + 3, & x \leq -1 \\ x^2 + 1, & -1 < x < 1 \\ 3, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & x = 2 \\ 5 - x, & x > 2 \end{cases}$$

**Nota:** Conteste las preguntas utilizando límites.

(a) ¿ Es  $f(x)$  continua en  $x = -1$ ? Si no lo es, entonces indique el tipo de discontinuidad.

(b) ¿ Es  $f(x)$  continua en  $x = 1$ ? Si no lo es, entonces indique el tipo de discontinuidad.

(c) ¿ Es  $f(x)$  continua en  $x = 2$ ? Si no lo es, entonces indique el tipo de discontinuidad.

8. Resuelva solo uno de los siguientes ejercicios.

(10 pts)

(a) Encuentre las asíntotas verticales de  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 6}$ .

(b) Use la definición de la derivada para encontrar  $f'(x)$  donde  $f(x) = x^2 + 3x + 1$ .

**Nota:** No se otorgarán puntos si  $f'(x)$  se calcula utilizando cualquier otro método.