

Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
Departamento de Matemáticas
MATE 3151; Examen Final, 10 de diciembre de 2015

Apellidos: _____ Nombre _____
No. Estudiante: _____ Profesor: _____ Sección _____

Instrucciones

Las reglas para este examen son las siguientes.

- (1) PARA OBTENER CRÉDITOS, SE DEBE JUSTIFICAR LAS CONTESTACIONES.
- (2) NO SE PERMITE USO DE CELULARES.
- (3) NO SE PERMITE USO DE CALCULADORAS.
- (4) NO SE PERMITE USO DE CUALQUIER OTRO APARATO ELECTRÓNICO.
- (5) DEBE TENER DISPONIBLE UNA IDENTIFICACIÓN CON FOTO.

Firma del estudiante

Problema	Puntuación	Nota
Problema 1	12	
Problema 2	10	
Problema 3	12	
Problema 4	15	
Problema 5	12	
Problema 6	15	
Problema 7	9	
Problema 8	8	
Problema 9	10	
Problema 10	8	
Total	111	

(1) (12 Pts.) Encuentre los siguientes **límites** límites (si existen).

(a) (4 pts.) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{2015} + 1}{3(x + 1)}$

(b) (4 pts.) $\lim_{x \rightarrow 0} \tan(5x) \csc(9x)$

(c) (4 pts.) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 - 4x + 15}{x^2 - x - 12}$

(2) (10 Pts.) Consideramos la función $f(x) = \begin{cases} ax + b & x \leq -1 \\ ax^3 + x + 2b, & x > -1 \end{cases}$

(a) (5 pts.) Encuentre el valor de b para el cual f es **continua** sobre \mathbb{R} .

(b) (5 pts.) Encuentre los valores de a y b para los cuales f es **diferenciable** sobre \mathbb{R} .

(3) (12 Pts.) Calcule las siguientes **integrales indefinidas**.

(a) (4 pts.) $\int \frac{12e^x}{e^x + 5} dx =$

(b) (4 pts.) $\int 12 \tan^3(x) \sec^2(x) dx =$

(c) (4 pts.) $\int \frac{48x^3 + 32x}{(3x^4 + 4x^2 + 9)^{5/2}} dx =$

(4) (15 Pts.) Calcule las siguientes **integrales definidas**.

(a) (5 pts.) $\int_0^1 12e^{3x-2} dx =$

(b) (5 pts.) $\int_4^7 (1 - \sin(\pi x)) dx =$

(c) (5 pts.) $\int_0^7 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx =$

(5) (12 Pts.) Una cantidad desconocida de una sustancia **radioactiva** está siendo estudiada. Después de dos(2) días, la cantidad es de 15 gramos. Después de ocho (8) días, la cantidad es de 9 gramos. Recuerde la fórmula: $A(t) = Ce^{kt}$.

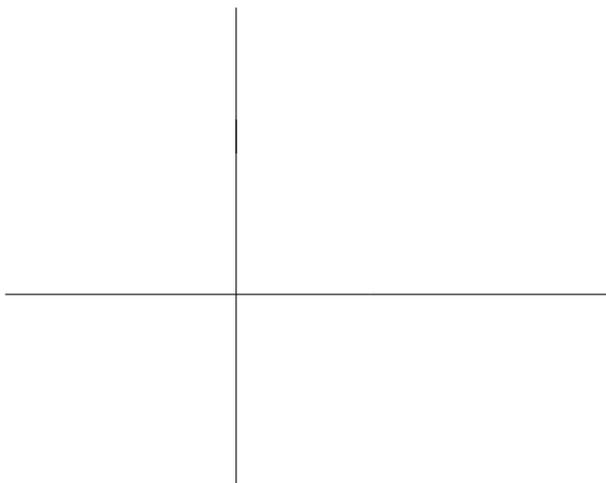
(a) (4 pts.) Encuentre el valor de k .

(b) (4 pts.) Al cabo de cuanto tiempo quedarán tres gramos de sustancia?

(c) (4 pts.) Cual es la **media-vida** de la sustancia?

(6) (15 Pts.) Consideramos en el plano la región Ω en el **primer cuadrante** acotada por las the curvas $x = 0$, $y = 24x$ and $y = -x^2 + 25$.

(a) (2 pts.) Hacer un dibujo de la región Ω



(b) (5 pts.) Calcular el **área** de la región Ω .

(c) (8 pts.) Calcular el **volumen del sólido (de revolución)** obtenido al rotar la región Ω alrededor del eje de x .

(7) (9 Pts.) Consideramos la función $f(x) = xe^{x^2-3x}$.

(a) (3 pts.) Halla los **puntos críticos** de la función f .

(b) (3 pts.) Halla los intervalos la función f es **creciente**.

(c) (3 pts.) Halla los **valores extremos locales** de la función f .

(8) (8 Pts.) En un experimento, la cantidad de agua en una represa (en millones de galones) es una función del tiempo t (en días), y es igual a: $Q(t) = 1,000 - (5 - t)^3$.

(a) (2 pts) Determine la **tasa de cambio promedio** de la cantidad de agua en la represa en los primeros 10 días del experimento.

(b) (2 pts) Encuentre una fórmula que da la **tasa de cambio instantánea** $v(t)$ de la cantidad de agua en la represa como función del tiempo t .

(c) (2 pts) Determine la **cantidad promedio** (es decir el valor promedio) de agua en la represa en los primeros 10 días del experimento.

(d) (2 pts) Determine el instante en el cual la cantidad de agua en la represa es igual a la cantidad promedio en los primeros 10 días del experimento.

(9) (8 Pts.) Suppose $y = f(x)$ and $2xy + \pi \sin y = 2\pi$.

(a) (4 pts.) Find an expression for $y' = \frac{dy}{dx}$ in terms of x, y .

(b) (4 pts.) Provide an equation for the **tangent line** to the graph of f at the point $(1, \frac{\pi}{2})$.

(10) (10 Pts.)

Un agricultor desea construir un jardín de vegetales con forma rectangular. Además, él quiere dividir el jardín en dos(2) partes iguales como en el dibujo más abajo usando una verja (la verja se usará para proteger el jardín y dividirlo). Si el agricultor tiene dinero disponible para comprar 2400 metros de verja para el proyecto, cuales deben ser las dimensiones del jardín que aseguran el área **más grande posible**?

