Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
Departamento de Matemáticas
MATE 3151; Examen Departamental II, 22 de octubre de 2015

Apellidos: ____________________ ____________________Nombre ____________________
No. Estudiante: ____________________Profesor: ____________________Sección ____________________

Instrucciones

Las reglas para este examen son las siguentes.

(1) PARA OBTENER CRÉDITOS, SE DEBE JUSTIFICAR LAS CONTESTACIONES.
(2) NO SE PERMITE USO DE CELULARES.
(3) NO SE PERMITE USO DE CALCULADORAS.
(4) NO SE PERMITE USO DE CUALQUIER OTRO APARATO ELECTRÓNICO.
(5) DEBE TENER DISPONIBLE UNA IDENTIFICAIÓN CON FOTO.

Firma

Problema	Puntuación	Nota
Problema 1	24	
Problema 2	10	
Problema 3	10	
Problema 4	8	
Problema 5	6	
Problema 6	10	
Problema 7	10	
Problema 8	20	
Problema 9	12	
Problema 10[*Bono*]	5	
Total	115	

(1) (24 Pts.) Calcular las siguientes derivadas (*No tiene que simplificar*).

(a) $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{2x^2 - 5x + 12}{\sqrt{x}}\right] =$

(b) $\dfrac{d}{dx}\left[x \cdot \sin(x - \cos x)\right] =$

(c) $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{e^{2x}}{x^2 + 8}\right] =$

(d) $\dfrac{d}{dx}\left[(x^3 - 5x)^6 \ln |x|\right] =$

(e) $\dfrac{d}{dx}\left[(x^2 + 1)\tan^2 x\right] =$

(f) $\dfrac{d}{dx}\left[(x - \dfrac{5}{x})^{10}\right] =$

(2) (10 Pts.) Encuentre una ecuación para la **recta tangente** a la gráfica de $y = f(x)$ en el punto $A(6, 10)$ dado que: $y = f(x)$ y $(x - y)^2 - 2x = 4$.

(3) (10 Pts.) El volumen de un cubo está creciendo a razón de 1200 cm^3 por minuto en el intante donde su lado (arista) mide 20 cm. Recuerde que si el volumen es V, el area S y el lado R, entonces $V = R^3$ y $S = 6R^2$.

(a) (5 pts) ¿Cual es la tasa de cambio del lado del cubo en este instante?

(b) (2 pts) ¿Cual es la tasa de cambio del area del cubo en este instante?

(c) (3 pts) ¿Cual es la tasa de cambio del volumen del cubo con respecto a su area en este instante?

(4) (8 Pts.) En un experimento, la cantidad de agua en un embalse (en galones) en función del tiempo t (en minutos) es igual a $Q(t) = 200(30 - t)^2$.

(a) (4 pts) Encuentre una formula que da la **tasa de cambio instantánea** $v(t)$ de la cantidad de agua como función del tiempo t.

(b) (2 pts) Encuentre la tasa de cambio instantánea del volumen de agua a 10 minutos de haber empezado el experimento.

(c) (2 pts) Determine tasa de cambio promedio del volumen de agua en los primeros 10 minutos del experimento.

(5) (6 Pts.) (**Avalúo**) Enuncie con claridad y precisión el **Teorema del Valor Medio**.

(Se debe indicar claramente las hipotesis y la conclusión del teorema.)

(6) (10 Pts.) (**Avalúo**) Para la función $f(x) = x^3 + x - 10$ en el intervalo $[-2, 4]$ encuentre el número c que provee la conclusión del Teorema de Valor Medio.

(7) (10 Pts.) Un rectángulo tiene su base en el eje de x (eje horizontal) y dos de sus vertices (en el semi-plano superior) sobre la parabola $y = 225 - x^2$. Encuentre las dimensiones del rectángulo de mayor area area posible que satisface estas condiciones.

(8) (20 Pts.) Consideramos la función $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$

(a) (1 pts). Encuentre el $y-$intercepto de la gráfica de f.

(b) (2 pts). Encuentre los $x-$interceptos de la gráfica de f.

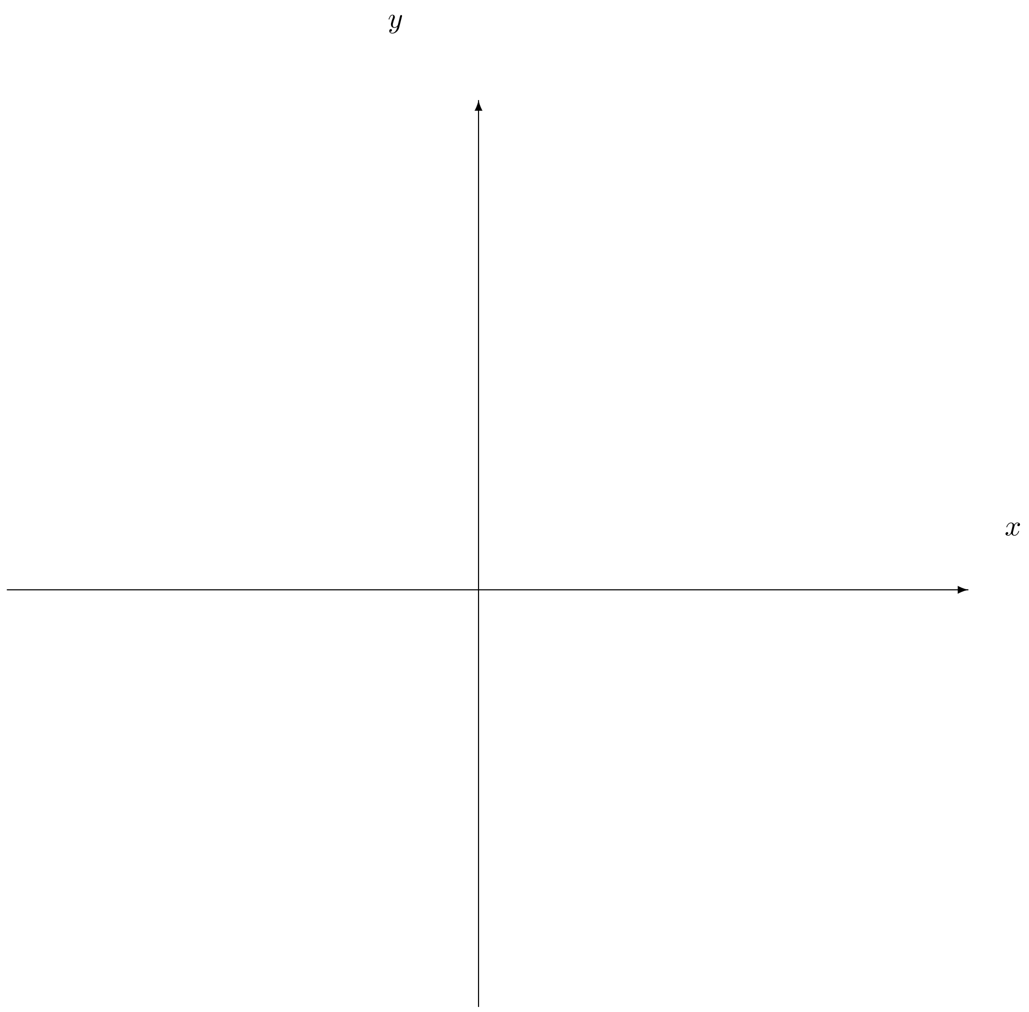
(c) (2 pts). Determine los puntos(s) donde la recta tangente a la gráfica de f es horizontal.

(d) (5 pts). Determine los intervalos donde f es **creciente**.

(e) (3 pts). Determine los intervalos donde la función f es **cóncava hacia arriba**.

(f) (2 pts). Encuentre los puntos de inflexión de la gráfica de f (Justifique su contestación).

(g) (5 pts). Dibujar la gráfica de f.



(9) (12 Pts.)

(a) Evalue el siguiente límite (si existe)

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{e^{5x}-1}{5x}\right] =$$

(b) Suponemos que: $y = (f \circ u)(x)$ y $y'(a) = 12,\ u(a) = 9,\ f'(9) = 12$. Calcule $u'(a)$

(c) Evalue el siguiente límite (si existe)

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{\cos(2x)-1}{x^2}\right] =$$

(10) (5 Pts.) [**Bono**] Encuentre todos los números reales m para los cuales la gráfica de la función $f(x) = x^3 + mx^2 + 3x - 5$ tiene **exactamente una** tangente horizontal.

Note. $\dfrac{d}{dx}e^x = e^x$ and $\dfrac{d}{dx}\ln|x| = \dfrac{1}{x}$.

Derivative: $f'(a) = \lim_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

Trigonometry: $\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$

115

Problema de avalúo

Examen Departamental II

Mate 3151

Segundo Semestre 2015-2016

Sección:
Profesor:
Entregar a la Sra. Ivonne Febres.

Pregunta	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(5) [6]								X	X	X	X
(6) [10]											