

Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
Departamento de Matemáticas
MATE 3151; Examen Final. Jueves, 21 de mayo de 2015

Apellidos: _____ Nombre _____
 No. Estudiante: _____ Profesor: _____ Sección _____

Instrucciones

Las reglas para este examen son las siguientes.

- (1) **Para obtener créditos, se debe justificar las contestaciones.**
- (2) **NO SE PERMITE USO DE CELULARES.**
- (3) **NO SE PERMITE USO DE CALCULADORAS.**
- (4) **NO SE PERMITE USO DE CUALQUIER OTRO APARATO ELECTRÓNICO.**
- (5) **DEBE TENER DISPONIBLE UNA IDENTIFICAIÓN CON FOTO.**

Firma

Problema	Puntuación	Nota
Problema 1	8	
Problema 2	16	
Problema 3	16	
Problema 4	20	
Problema 5	12	
Problema 6	6	
Problema 7	8	
Problema 8	14	
Problema 9	10	
Total	110	

- (1) (8 Pts.) Determine los **límites** siguientes (si existen). En cada caso, **especifique** el método utilizado y justifique su contestación.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(2x)}{x - \pi} =$

- (2) (16 Pts.) Calcular las siguientes **derivadas** (Recuerde que $a^b = e^{b \ln a}$).

(a) $\frac{d}{dx} [\pi^x + x^\pi] =$

(b) $\frac{d}{dx} [(x^3 + 1)^5(2 - 5x)^7] =$

$$(c) \frac{d}{dx} [(\ln |3x^4 + 9|) \sin(3 - x)] =$$

$$(d) \frac{d}{dx} \left[\frac{e^{-x} \ln |x + 4|}{\cos x} \right] =$$

(3) (16 Pts.) Calcular las siguientes **integrales indefinidas**.

$$(a) \int \frac{\cos x - \sin^2 x}{\sin x} dx =$$

$$(b) \int 12xe^{x^2} dx =$$

(c) $\int \frac{x^2}{x+1} dx =$
(Ayuda: poner $u = x + 1$)

(d) $\int \frac{288x^5}{(12x^6 + 1)^6} dx =$

(4) (20 Pts.) Calcular las siguientes **integrales definidas**.

(a) $\int_0^{\sqrt{2\pi}} x \sin^3(x^2) \cos(x^2) dx$

$$(b) \int_0^1 \frac{2e^x}{e^x + 5} dx$$

$$(c) \int_1^8 \frac{12}{x} \ln|x| dx$$

$$(d) \int_1^4 \frac{5x^{1/2} + 3x^{5/2}}{x^2} dx$$

(5) (12 Pts.) El Polonio-210 tiene una **media-vida** de 140 días. Inicialmente hay 200 mg de la materia.

(a) Encuentre una formula que da la cantidad de materia que queda luego de t días.

(b) Halla la cantidad de materia que queda luego de 70 días.

(c) Al cabo de cuantos días se habrá desintegrado 40 mg de materia?

(6) (6 Pts.) Sea f la función definida sobre \mathbb{R} por: $f(x) = xe^{2x}$.

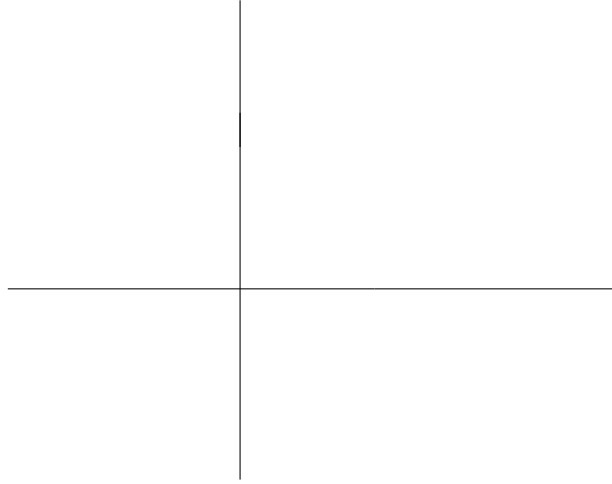
(a) (3 Pts.) Calcular $f'(x)$

(b) (3 Pts.) Use la parte (a) para calcular la integral indefinida: $\int 2xe^{2x} dx$

(7) (8 Pts.) Encuentre los **valores extremos absolutos** de la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ en el intervalo $[-3, 3]$.

(8) (14 Pts.) Consideramos la región Ω del plano en el **primer cuadrante** acotada por las curvas $x = 0$, $y = 0$ and $y = e^x + 2$ y $x = 1$.

(a) (2 pts.) Hacer un dibujo de la región Ω



(b) (4 pts.) Calcular el **área** de la región Ω .

(c) (8 pts.) Calcular el volumen **volumen** del sólido obtenido al rotar Ω al rededor del eje de x .

- (9) (10 Pts.) Para cada uno de los siguientes enunciados, contestar **Sí** en caso de ser cierto o **No** si es falso.

	Sí	No
$\int_0^1 \sin(\pi x) dx = \frac{2}{\pi}$		
$\frac{d}{dt} \left[\frac{10}{5 + 10t} \right] = \ln(5 + 10t)$		
$\lim_{x \rightarrow 0} \left[x \left(x - \frac{5}{x} \right) \right] = 0$		
La función $f(x) = x^2(x + 1)$ es cóncava hacia arriba en el intervalo $[-1/3, \infty)$		
$\int_0^\pi \left\{ \frac{d}{dt} \sqrt{9 + 7 \sin(t/2)} \right\} dt = 1$		
$\int \sin^2(2x) dx = \int \cos^2(2x) dx + K$		
Los puntos críticos de la función $f(x) = x(2 + x)^2$ son $a = -2$ y $b = -\frac{2}{3}$		
$\frac{d}{dx} \left(x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) \right) = 2x \sin\left(\frac{1}{x}\right) - \cos\left(\frac{1}{x}\right)$		
El valor promedio de la función $f(x) = \frac{5}{x+4}$ en el intervalo $[0, 5]$ es igual a: $5 \ln(9/4)$		
Si $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) + 8}{x^2 - 4} = 5$ y $f(2) = -4$ entonces $f'(2) = -10$		