Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
Departamento de Matemáticas
MATE 3151; Examen Departamental III, 6 de mayo de 2015

Apellidos: ____________________ ____________________ Nombre ____________________
No. Estudiante: ________________ Profesor: ________________ Sección ________________

Instrucciones

Las reglas para este examen son las siguentes.

(1) **Para obtener créditos, se debe justificar las contestaciones.**
(2) NO SE PERMITE USO DE CELULARES.
(3) NO SE PERMITE USO DE CALCULADORAS.
(4) NO SE PERMITE USO DE CUALQUIER OTRO APARATO ELECTRÓNICO.
(5) DEBE TENER DISPONIBLE UNA IDENTIFICAIÓN CON FOTO.

Firma

Problema	Puntuación	Nota
Problema 1	10	
Problema 2	20	
Problema 3	12	
Problema 4	10	
Problema 4	10	
Problema 5	6	
Problema 6	10	
Problema 7	20	
Problema 8	12	
Total	110	

(1) (10 Pts.) Para cada uno de los siguientes enunciados, contestar **Sí** en caso de ser cierto o **No** si si es falso.

	Sí	**No**
$\int_0^1 4x^3 dx = 1$		
$\frac{d}{dx}\left[\int_0^x \frac{10}{5+10t} dt\right] = \ln(5+10x)$		
$\sum_{k=1}^{4} (-1)^k 2^k = 8$		
$\int_{-4}^{4} \lvert x\rvert dx = 0$		
$\int_0^4 \left\{\frac{d}{dt}\sqrt{9+t^2}\right\} dt = 2$		
$\int \sin(2x) dx = \frac{1}{2}\cos(2x) + K$		
El área del triángulo con vertices $A(0,8)$, $B(8,0)$, $C(12,0)$ es igual a: 16		
Para $x > 0$ se tiene que $\frac{d}{dx}\left(\int_{1/x}^{x} \frac{1}{t} dt\right) = \frac{2}{x}$.		
$\int_{-2}^{5} \frac{x}{1+x^2} dx = \frac{1}{2}\ln(\frac{26}{5})$		
Si $f(x) \geq 0$ y: $\int_0^1 f(x)dx = 16$ entonces $\int_0^1 \sqrt{f(x)}dx = 4$		

(2) (20 Pts.) Evaluar las siguientes **integrales indefinidas**.

(a) $\displaystyle\int \frac{40e^{2x}}{12+e^{2x}}\,dx =$

(b) $\displaystyle\int (e^{-x}+e^{3x}+5)\,dx =$

(c) $\displaystyle\int \frac{105x^{7/2}}{\sqrt[3]{1+20x^{9/2}}}\,dx =$

(d) $\displaystyle\int x(x^3+2x)^2\,dx =$

(e) $\displaystyle\int 20\sin(5t)\cos(5t)\,dt =$

(3) (12 Pts.) Consideramos la función $f(x) = 12x + 24$ en el intervalo $I = [0,\ 4]$. Sea (x_k) con $0 \leq k \leq 4$ la subdivisión *uniforme* de I en 4 (**cuatro**) subintervalos.

I_k	Δx_k	x_k	$f(x_k)\Delta x_k$	s_k	$f(s_k)$	$f(s_k)\Delta x_k$
Total		XXX		XXX	XXX	

(a) (4 pts) Evaluar la suma de Riemann, $\mathcal{R}(f,P)$, usando para $0 \leq k \leq 3$, el **punto medio** del intervalo $[x_k, x_{k+1}]$ como punto representativo (llamado s_k en la tabla).

$\mathcal{R}(f,P) =$

(b) (4 pts) Evaluar la suma de Riemann, $\mathcal{L}(f,P)$, usando para $0 \leq k \leq 3$, el **extremo izquierdo** del intervalo $[x_k, x_{k+1}]$ como punto representativo.

$\mathcal{L}(f,P) =$

(c) (4 pts) Compute the definite integral $\displaystyle\int_0^4 f(x)dx$

(4) (10 Pts.) Un objeto se mueve en una recta vertical orientada positivamente hacia arriba. Su aceleración es igual a $A(t) = -32$ pies/seg^2. La posicion y la velocidad al instante t son respectivamente $S(t)$ y $V(t)$. Notar que $S(t)$ reperesenta la altura del objeto medida a partir del suelo. Al instante $t = 0$, la posición es de 20 pies y la velocidad de 128 pies/seg.

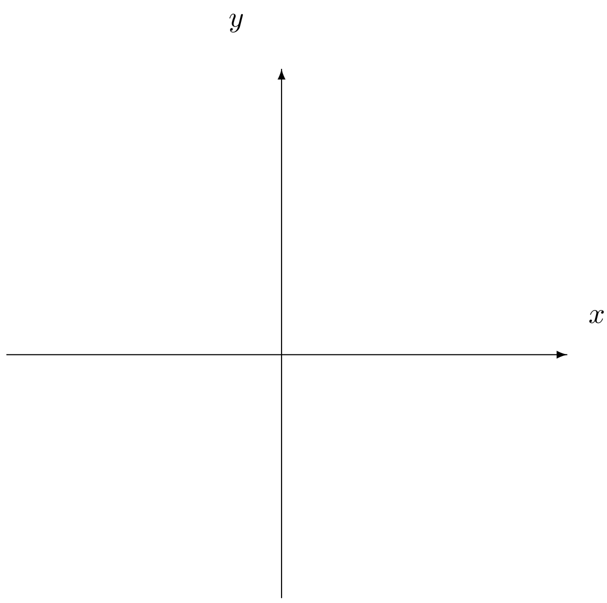
(a) (3 pts) Encuentre una formula que da la **velocidad** $V(t)$ como función del tiempo t.

(b) (3 pts) Encuentre una relación que da la **posición** $S(t)$ como función del tiempo t.

(c) (2 pts) Determine el instante en el cual la velocidad del objeto es igual a 0.

(d) (2 pts) Determine la altura máxima que puede alcanzar el objeto. Justifique la contestación.

(5) (10 Pts.) Encuentre, **usando la integral definida** el área de la región Ω acotada por las gráficas de las funciones
$y = 4x$ and $y = 2x + 8$, $y = -x + 35$. **Sketch** the region Ω and calculate the **area** A of Ω.



$A=$

(6) (6 Pts.) Enuncie con claridad y precisión la primera parte del **Teorema Fundamental del Cálculo**.

(7) (10 Pts.) Sean f y g dos funciones tales que $\int_0^5 f(x)dx = 10$, $\int_1^5 f(x)dx = -5$, $\int_0^1 g(x)dx = 0$, además, $\int_0^5 (f(x) + g(x))dx = 0$.

(a) (2 pts) Calcular $\int_0^1 f(x)dx$

(b) (4 pts) Calcular $\int_1^5 g(x)dx$

(c) (4 pts) Calcular $\int_0^5 (4f(x) - 3g(x))dx$

(8) (20 Pts.) Calcular las siguientes integrales definidas.

(a) (4 pts.) $\displaystyle\int_0^2 20x^4(1 + 2x^5)dx$

(b) (4 pts.) $\int_1^8 \frac{8x^{2/3} + 12x^{4/3}}{x} dx$

(c) (4 pts.) $\int_0^\pi 24 \sin(x) \cos^5(x) dx$

(d) (4 pts.) $\int_4^2 \frac{2e^x}{(e^x + 5)^2} dx$

(e) (4 pts.) $\int_0^4 \frac{\ln(t+5)}{t+5} dt$

(9) (12 Pts.) (**Avalúo**)

(a) (4 pts) Enuncie con claridad y precisión el **Teorema del Valor Medio para Integrales**.

(b) Sea $f(x) = 192 - 12x^2$ sobre el intervalo $[0,\ 4]$.

(i) (4 pts) Calcular el valor promedio de la función f en el intervalo $[0,\ 4]$.

(ii) (4 pts) Encuentre en punto c que satisface la conclusión del Teorema del Valor Medio para Integrales para la función f.

Problema de avalúo

Examen Departamental III

Mate 3151

Segundo Semestre 2014-2015

Sección:

Profesor:

Entregar a la Sra. Ivonne Febres.

Pregunta[puntuacion]	0pt	1pt	2pts	3pts	4pts
(8)(a) [4]					
(8)(b) [4]					
(8)(c) [4]					
Total					