

Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
Departamento de Matemáticas
MATE 3151; Examen Final, 5 de diciembre de 2014

Apellidos: _____ Nombre _____
No. Estudiante: _____ Profesor: _____ Sección _____

Instrucciones

Las reglas para este examen son las siguientes.

- (1) **Para obtener créditos, se debe justificar todas las contestaciones**
- (2) El estudiante debe tener una identificación con foto.
- (3) **NO SE PERMITE USO DE CELULARES.**
- (4) **NO SE PERMITE USO DE CALCULADORAS.**
- (5) **NO SE PERMITE USO DE CUALQUIER OTRO APARATO ELECTRÓNICO.**

Nota. En la última página hay unas fórmulas importantes.

Firma del estudiante:

Problema	Puntuación	Puntos
1	12	
2	8	
3	12	
4	15	
5	15	
6	12	
7	10	
8	16	
9	10	
Total	110	

- (1) (12 Pts.) Determine los **límites** siguientes (si existen). En cada caso, **especifique el método utilizado y justifique su contestación**.

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2015} - 1}{x - 1} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2\pi x)}{x} =$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2\pi x)^{\frac{1}{x}} =$

Indicación: Use la fórmula $a^t = e^{t \ln a}$.

- (2) (8 Pts.)

- (a) Calcular la siguiente derivada:

$$\frac{d}{dx} [x \sin x]$$

- (b) Use el resultado anterior para calcular:

$$\int x \cos x dx$$

(3) (12 Pts.) Calcular las siguientes **derivadas**.

(a) $\frac{d}{dx} \left[\frac{x^2 + 1}{\cos x} \right]$

(b) $\frac{d}{dx} \left[e^{x^2} \cos x \right]$

(c) $\frac{d}{dx} \left[\ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right]$ (Indicación: Use las propiedades del logaritmo).

(4) (15 Pts.) Calcular las siguientes **integrales indefinidas**.

(a) $\int \frac{8 \sin(2x)}{\cos^2 x - \sin^2 x} dx =$

(b) $\int \cos^2 x dx =$

$$(c) \int \frac{24x^3 + 16x}{(3x^4 + 4x^2 + 9)^5} dx =$$

(5) (15 Pts.) Calcular las siguientes **integrales definidas**.

$$(a) \text{ (pts.) } \int_0^1 120x^4(24 + x^5)^5 dx$$

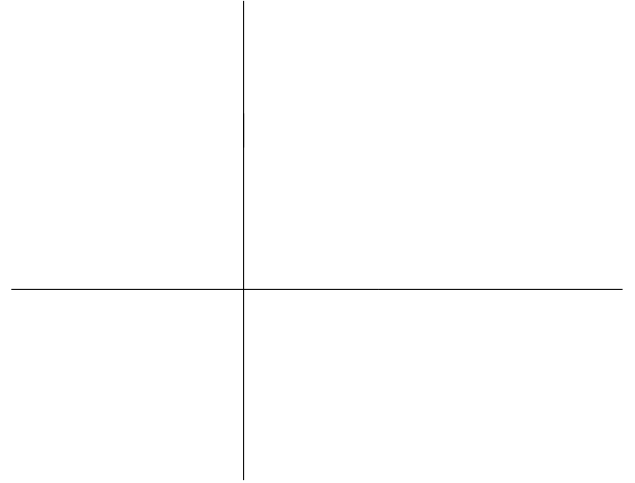
$$(b) \text{ (pts.) } \int_2^8 \frac{12}{x \ln x} dx$$

$$(c) \int_0^{\frac{\pi}{3}} 24 \sin x \cos^3 x dx$$

- (6) (12 Pts.) Una cantidad desconocida de cierta *sustancia radioactiva* esta siendo estudiada. Después de doscientos años, la cantidad es de 25 gramos. Después de seiscientos años, la cantidad es de 9 gramos.
- (a) Que cantidad de sustancia radioactiva habia inicialmente? (Escribir el resultado como un número racional).
- (b) Que cantidad de sustancia radioactiva quedará después de ochocientos años? (Escribir el resultado como un número racional).
- (c) Cual es la **media-vida** de esta sustancia radioactiva?
- (7) (10 Pts.) Una bola esférica se esta expandiendo.
- (a) Si la taza de cambio del volumen de la esfera es de 24 metros cubicos por minuto, cual es la taza de cambio del radio cuando el radio mide 120 metros?
- (b) Cual es la taza de cambio del volumen con respeto al radio cuando el radio mide 120 metros?

(8) (16 Pts.) Consideramos la región Ω del plano en el **primer cuadrante** acotada por las curvas $y = 0$, $y = 6x$ and $y = -x^2 + 16$.

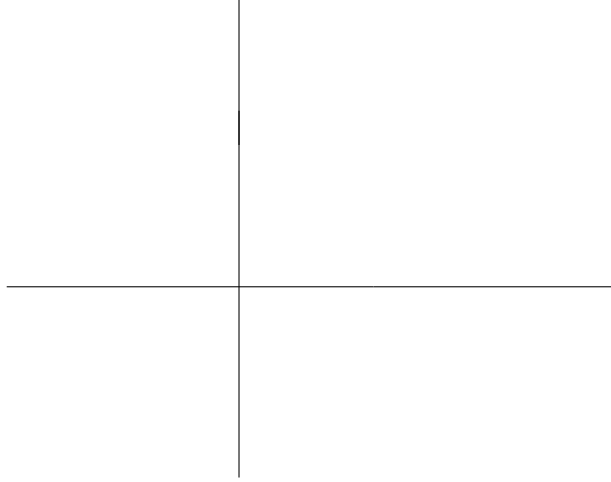
(a) (3 pts.) Proveer un dibujo de la región Ω .



(b) (5 pts.) Calcular el **área** de la región Ω .

(c) (8 pts.) Calcular el **volumen** del sólido de revolución obtenido al rotar la región Ω alrededor del eje de x .

- (9) (10 Pts.) Un **triángulo rectángulo** tiene sus vértices en $O(0,0)$, $A(12,0)$, y $B(0,20)$. Encuentre las dimensiones del **rectángulo** de mayor área inscrito en el triángulo (OAB).



Note. $a^x = e^{x \ln a}$, $a > 0$; $\frac{d}{dx} e^x = e^x$; $\frac{d}{dx} \ln |x| = \frac{1}{x}$.

Fundamental Theorem: $\frac{d}{dx} \int_a^x f(s) ds = f(x)$; $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$ if $G'(x) = f(x)$.

Chain Rule: $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

Derivative: $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

Trigonometry: $\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1$; $\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$; $\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$.

Exponential growth and decay: $A(t) = Ce^{kt}$.

Volume of a sphere of radius R : $V = \frac{4}{3} \pi R^3$.

Problemas de avalúo del Examen III
Examen Departamental III
Mate 3151
Primer Semestre 2014-2015

Sección:

Profesor:

Entregar a la Sra. Ivonne Febres.

Pregunta	0pt	1pt	2pts	3pts	4pts	5pts
3						
4 (a)						X
4 (b)						X
4 (c)						X