Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
Departamento de Matemáticas
MATE 3151; Examen Departamental II, 29 de octubre de 2014

Apellidos: ____________________ ____________________ Nombre ____________________
No. Estudiante: ____________________ Profesor: ____________________ Sección ____________________

Instrucciones

Las reglas para este examen son las siguentes.

(1) **Para obtener créditos, se debe justificar todas las contestaciones**
(2) NO SE PERMITE USO DE CELULARES.
(3) NO SE PERMITE USO DE CALCULADORAS.
(4) NO SE PERMITE USO DE CUALQUIER OTRO APARATO ELECTRÓNICO.

Firma del estudiante:

(1) (12 Pts.)
 (a) (8 pts) Halla una ecuación para la **recta tangente** en el punto $P(2,2)$ a la curva definida por: $x^3 - y(x+2) + 6y^2 = 24$.

 (b) (4 pts) Una partícula se mueve sobre esta curva. Cuando pasa por el punto $P(2,2)$, su abscissa ($=x-$coordinate) decrece a una tasa de 24 cm por minuto. Cual es en este momento la tasa de cambio de la ordenada ($=y-$coordinate)?

(2) (15 Pts.) Un objeto se desplaza sobre el eje vertical (y-axis). Medimos las distancias en piés y el tiempo en segundos. La posiciíon del objeto a cada instante t es dada por:

$$S(t) = -\beta t^2 + 192t + \lambda.$$

(a) (3 pts) dado que la aceleración del objeto es $a(t) = -32$ y la posición inicial es $S(0) = 224$, encuentre la relación que da $S(t)$ para todo $t \geq 0$ (se pide determinar β y λ).

(b) (2 pts) Determine la formula que da la **velocidad** $v(t)$.

(c) (2 pts) Determine el instante en el cual la velocidad del objeto es igual a 0.

(d) (4 pts) Determine la altura máxima alcanzada por el objeto.

(e) (4 pts) Determine el instante τ tal que $v(\tau) = \dfrac{S(10) - S(5)}{5}$.

(3) (5 Pts.) Enuncie de manera precisa el **Teorema del Valor Medio**.

(4) (12 Pts.) [**Avalúo**] Un segmento en el primer cuadrante quadrant del plano Euclidiano **pasa por el punto** $P(2, 3)$ y su pendiente (la pendiente de la recta que soporta el segmento) es m con $m < 0$. El segmento tiene una extremidad en el eje de x ($x-$axis) (llamada A) y la otra en el eje de y ($y-$axis) (llamada B).

(a) (**2 Pts**) Halla una ecuación de la recta que soporta el segmento (en forma punto-pendiente).

(b) (**2 Pts**) Al escribir $y = 0$, halla las coordenadas de A en terminos de m.

(c) (**2 Pts**) Al escribir $x = 0$, halla las coordenadas de B en terminos de m.

(d) (**2 Pts**) Halla una formula para el área del triángulo OAB en terminos de m.

(e) (**4 Pts**) Encuentre el valor de m para el cual el área del triángulo OAB es el más pequeño posible.

(5) (10 Pts.) Supongamos que f y g son dos funciones diferenciables tales que:

$f(2) = -8, f'(2) = -6,\ f'(8) = -10$ and $g(2) = 8,\ g'(2) = 10,\ g'(-8) = 9.$ Evalue los siguientes:

(a) (2 pts) $\dfrac{d}{dx}(\ln|f|)(2) =$

(b) (2 pts) $\dfrac{d}{dx}\left(e^f\right)(2) =$

(c) (2 pts) $(\dfrac{f}{g})'(2) =$

(d) (2 pts) $(f \circ g)'(2) =$

(e) (2 pts) $(g \circ f)'(2) =$

(6) (20 Pts.) Calcule las siguientes derivadas.

(a) $\dfrac{d}{dx}\left[\left(\dfrac{x}{x+8}\right)^6\right] =$

(b) $\dfrac{d}{dx}\left[\left(\dfrac{\tan x}{\tan x+8}\right)^6\right] =$

(c) $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{e^{3x}}{e^{3x}+8}\right] =$

(d) $\dfrac{d}{dx}\left[(5x^3+3x-32)\ln\left|x^2+\sin^2 x\right|\right] =$

(e) $\dfrac{d}{dx}\left[x^4\tan^2\left(e^{\pi x}\right)\right] =$

(7) (12 Pts.) Determine los límites siguienes (si existen). En cada caso, **especifique** el método utilizado y justifique su contestación.

(a) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + \pi x)}{x} =$

(b) $\displaystyle\lim_{x \to 0} (1 + \pi x)^{\frac{1}{x}} =$

(c) $\displaystyle\lim_{x \to 3} \frac{2(x^2 + 1)^4 - 10,000}{x - 3} =$

(d) $\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{\tan^5(h + \frac{\pi}{4}) - 1}{h} =$

(8) (24 Pts.)Consideramos la función $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 8$.

(a) (2 pts). Encuentre $f(2)$

(b) (4 pts). Encuentre el corte de y y los cortes de x (puede usar la división sintética).

(c) (4 pts). Determine los intervalos donde f es **creciente**.

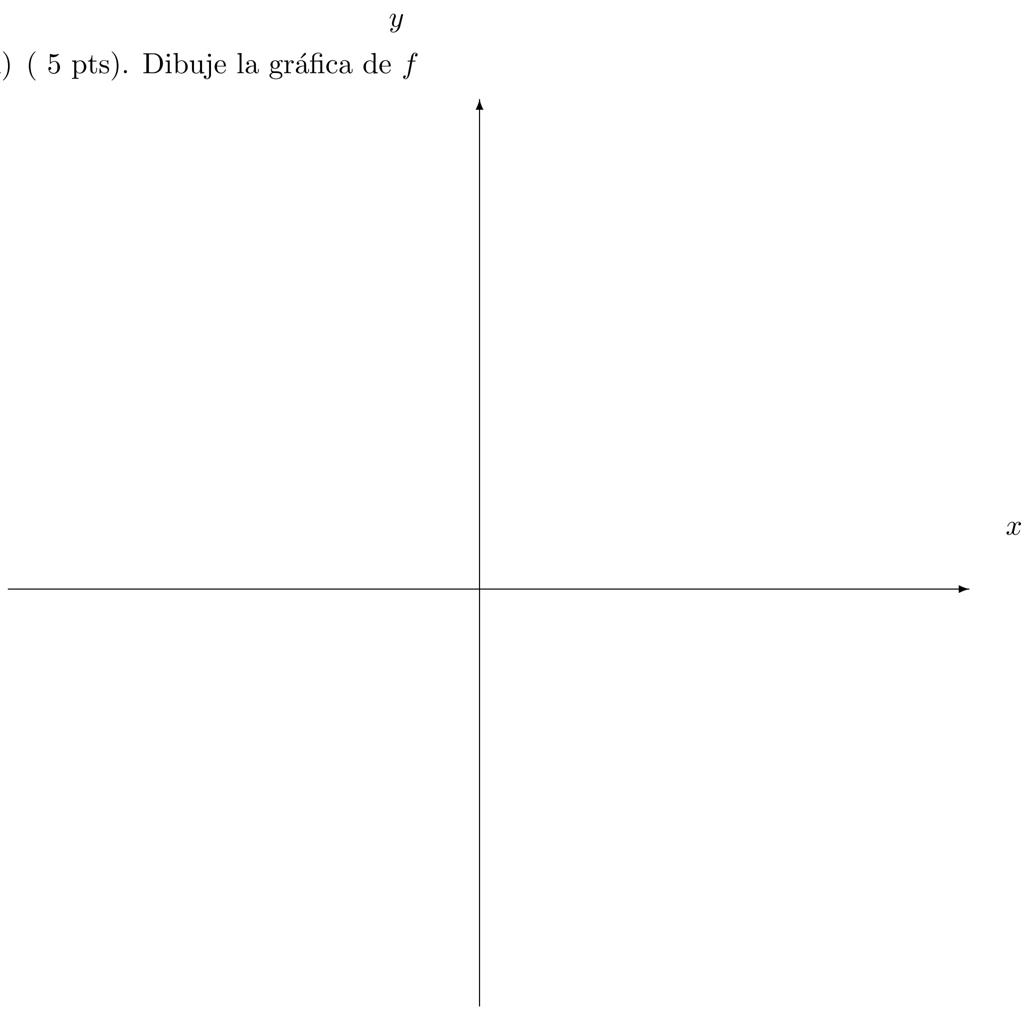
(d) (2 ts). Determine los puntos donde la recta **tangente a la gráfica de f es horizontal**.

(e) (2 pts). Determine los intervalos donde f is **cóncava hacia arriba**.

(f) (2 pts). Determine los puntos de inflexión si alguno.

(g) (3 pts). Encuentre el **máximo absoluto** de f en el the intervalo $[-2, 5]$.

(h) (5 pts). Dibuje la gráfica de f



Note. $\dfrac{d}{dx}e^x = e^x$; and $\dfrac{d}{dx}\ln|x| = \dfrac{1}{x}$; $\dfrac{d}{dx}\tan\ x = 1 + \tan^2 x = \sec^2 x$.

Chain Rule: $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

Derivative: $f'(a) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

Problema de avalúo

Examen Departamental I

Mate 3151

Primer Semestre 2014-2015

Sección:
Profesor:
Entregar a la Sra. Ivonne Febres.

Pregunta	0pt	1pt	2pts	3pts	4pts
(4)(a)					
(4)(b)					
(4)(c)					
(4)(d)					
(4)(e)					