



Universidad de Puerto Rico
Departamento de Matemáticas
MATE 3024 Examen II, 1 de abril de 2013

Apellidos: _____
No. Estudiante: _____

Nombre: _____
Sección: _____

Instrucciones: Lea cuidadosamente todos los ejercicios. El procedimiento debe aparecer en el examen para obtener crédito parcial o total. Vale (110 pts)

(1) (15 pts) Si $z_1 = 4 + 5i$, $z_2 = 6 - 7i$, Efectúa las operaciones indicadas y escribe el resultado en la forma $a + bi$

(a) $z_1 \cdot z_2$

(b) $\frac{z_1}{z_2}$

(c) $(z_1)^2$

(d) $|z_2|$

(e) $i^{95} - i^{54} + z_2$

(2) (10 pts) Haga la siguiente

(a) (4 pts) Enuncia el algoritmo de división.

(b) (6 pts) Divide $x^3 + 3x^2 - 1$ entre $x^2 - 2x + 5$ e indica el cociente y el residuo.

Cociente= _____ Residuo= _____

(3) (7 pts) Halla las constantes $h, k \in \mathbf{R}$ si $p(x) = f(x)$ y
 $p(x) = x^4 + (h+k)x^2 + 3$, $f(x) = x^4 + x^2 + (h+k)$

(4) (6 pts) Halla la constante $k \in \mathbf{R}$ si $x + 2$ es un factor de
 $f(x) = x^3 + 3x^2 + (k+2)x + 7k$

(5) (7 pts) Halla las posibles soluciones racionales de
 $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - 1 = 0$

- (6) (10 pts) Halla $k \in \mathbf{R}$ si el residuo obtenido al dividir el polinomio $p(x) = 5x^5 + (k-1)^2 x^2 - 5x - 3$ entre $x+1$ es 10.
- (7) (5 pts) Si $p(x) = x^{100} + x^{50} + 1$ y $d(x) = x-1$, halla el residuo.
- (8) (6 pts) Enuncia el Teorema de los soluciones conjugados (conjugate imaginary roots).
- (9) (13 pts) Considera el polinomio $p(x) = x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 8x + 10$
- (a) (9 pts) Halla todas las soluciones de la ecuación polinómica $p(x)=0$ sobre \mathbf{C} si $-2-i$ es solución de la ecuación.
- (b) (4 pts) Escribe $p(x)$ como un producto de factores irreducible sobre \mathbf{R} .

(10) (15 pts) Si $f(x) = x^4 + 4x^2 - 45$, f factoriza completamente sobre cada cuerpo. (Ayuda; factoriza como un trinomio)

(a) \mathcal{Q} :

(b) \mathcal{R} :

(c) \mathcal{C} :

(11) (9 pts) Escribe una ecuación polinómica $p(x) = 0$ con coeficientes enteros y grado mínimo tal que $3 + i$, $\frac{1}{2}$ son soluciones de la ecuación.

(12) (8 pts) Usa división sintética para hallar el cociente y el residuo al dividir $6x^4 + 5x^4 + 2x^2 + 3x + 1$ entre $2x - 1$

(13) (10 pts) Enuncia y demuestra el teorema del factor