



Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

**MATE
3024**

Examen Final
3 de junio de 2011

Nombre:

No. de estudiante: _____ Profesor: _____ Sección: _____

Instrucciones

Las reglas para esta prueba son las siguientes:

1. Esta prueba es de 2 horas.
2. Esta prueba consiste de dos partes: una de selección múltiple (20 problemas) y otra de respuesta libre (5 problemas). Respuesta libre no quiere decir que es opcional, hay que contestar todas las preguntas.
3. Para obtener crédito en los ejercicios de respuesta libre, debe mostrar todo su trabajo.
4. NO SE PERMITE EL USO DE CALCULADORAS.
5. NO SE PERMITE EL USO DE APARATOS ELECTRÓNICOS (CELULARES, IPODS, ETC.) QUE PUEDAN INTERRUMPIR A SUS COMPAÑEROS

Como prueba de que usted ha leído y entendido las instrucciones, favor de firmar en la caja de abajo.

Firma:

Página	Puntos posibles	Puntuación obtenida
2	21	
3	21	
4	18	
5	20	
6	30	
Total:	110	

Parte I. Selección Múltiple

1. (3 puntos) Evalúe $(g \circ f)(1)$, según los valores en la tabla

x	1	6	8	12
$f(x)$	-1	8	2	14

x	-5	-1	1	3
$g(x)$	1	-7	6	8

- A. -7
B. 8

- C. -1
D. 6

2. (3 puntos) Resuelva la ecuación: $4^{7-3x} = \frac{1}{16}$.

- A. {4}
B. {3}

- C. $\left\{\frac{1}{4}\right\}$
D. {-3}

3. (3 puntos) Resuelva la ecuación: $e^{5x-1} = (e^3)^{-x}$.

- A. $\left\{\frac{2}{3}\right\}$
B. {0}

- C. $\left\{\frac{1}{8}\right\}$
D. $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

4. (3 puntos) Resuelva la ecuación: $\log_2(x+4) = 1$.

- A. {6}
B. {-3}

- C. {-2}
D. {5}

5. (3 puntos) Resuelva la ecuación: $\log_{42}(x^2 - x) = 1$.

- A. {-6, -7}
B. {1, 42}

- C. {-6, 7}
D. {6, 7}

6. (3 puntos) Exprese como suma y/o diferencia de logaritmos: $\log_{11}\left(\frac{\sqrt[9]{14}}{s^2r}\right)$

- A. $\log_{11}(14) - \log_{11}(s) - \log_{11}(r)$
B. $\frac{1}{9}\log_{11}(14) - 2\log_{11}(s) - 2\log_{11}(r)$

- C. $\frac{1}{9}\log_{11}(14) - 2\log_{11}(s) - \log_{11}(r)$
D. $9\log_{11}(14) - 2\log_{11}(s) - \log_{11}(9)$

7. (3 puntos) Encuentre el cociente y residuo al dividir $P(x) = 5x^3 - 7x^2 + 7x - 8$ por $D(x) = 5x - 2$.

- A. $x^2 - x + 1$; residuo 6
B. $x^2 - x + 1$; residuo 10

- C. $x^2 + x - 1$; residuo -6
D. $x^2 - x + 1$; residuo -6

8. (3 puntos) Desarrolle completamente: $(9x - 11)^2$.

A. $9x^2 - 198x + 121$

C. $9x^2 + 121$

B. $81x^2 - 198x + 121$

D. $81x^2 + 121$

9. (3 puntos) Utilice división sintética para dividir $P(x) = x^5 + x^2 + 2$ por $D(x) = x + 3$.

A. $x^4 - 3x^3 + 10x^2 - 30x + 90$; residuo -268

C. $x^4 - 3x^3 + 9x^2 - 26x + 78$; residuo -232

B. $x^4 - 2x^2$; residuo 8

D. $x^4 - 2$; residuo 8

10. (3 puntos) Exprese el número complejo $\frac{2}{4+i}$ en la forma $a + bi$.

A. $\frac{8}{15} + \frac{2}{15}i$

C. $\frac{8}{17} + \frac{2}{17}i$

B. $\frac{8}{15} - \frac{2}{15}i$

D. $\frac{8}{17} - \frac{2}{17}i$

11. (3 puntos) Utilice el teorema de los ceros racionales para encontrar todos los ceros reales de $f(x)$. Luego factorice f sobre los reales \mathbb{R} .

A. $-1, \frac{3}{2}, -5$; $f(x) = (3x - 2)(x - 5)(x + 1)$

C. $-1, \frac{2}{3}, 5$; $f(x) = (3x - 2)(x - 5)(x + 1)$

B. $1, \frac{3}{2}, -5$; $f(x) = (3x - 2)(x + 5)(x - 1)$

D. $-5, \frac{2}{3}, 1$; $f(x) = (3x - 2)(x + 5)(x - 1)$

12. (3 puntos) Utilice el teorema del valor intermedio para determinar si el polinomio $f(x) = 7x^3 - 7x + 4$ tiene un cero en el intervalo $[-2, -1]$.

A. $f(-2) = -38$ y $f(-1) = -4$; no

C. $f(-2) = 38$ y $f(-1) = -4$; sí

B. $f(-2) = 38$ y $f(-1) = 4$; no

D. $f(-2) = -38$ y $f(-1) = 4$; sí

13. (3 puntos) Cambie 6° a radianes.

A. $\frac{\pi}{30}$

C. $\frac{\pi}{15}$

B. $\frac{\pi}{18}$

D. $\frac{\pi}{60}$

14. (3 puntos) Encuentre el valor exacto de: $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(\frac{5\pi}{3}\right)$.

A. $\frac{2\sqrt{3} + 3}{6}$

C. $\frac{3\sqrt{3} + 1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3} + 3}{3}$

D. $\frac{1 - 2\sqrt{3}}{2}$

15. (3 puntos) Dado que $\sin(\theta) = \frac{\sqrt{5}}{3}$ y $\cos(\theta) = \frac{2}{3}$, encuentre el valor exacto de: $\cot(\theta)$.

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

16. (3 puntos) Encuentre el valor exacto de: $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$.

A. $-\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{6}$

B. $-\frac{\pi}{6}$

D. $\frac{\pi}{3}$

17. (3 puntos) Encuentre el valor exacto de: $\cos(50^\circ)\cos(10^\circ) - \sin(50^\circ)\sin(10^\circ)$.

A. $\frac{1}{2}$

C. $\sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{1}{4}$

18. (3 puntos) Resuelva la siguiente ecuación en el intervalo $0 \leq \theta \leq 2\pi$: $\tan(2\theta) = -1$.

A. $\frac{3\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}$

C. $\frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}$

B. $\frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}$

D. $\frac{3\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{15\pi}{8}$

19. (3 puntos) Resuelva la siguiente ecuación en el intervalo $0 \leq \theta \leq 2\pi$: $\sin^2(\theta) + \sin(\theta) = 0$.

A. $0, \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

C. $0, \pi, \frac{3\pi}{2}$

B. $0, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

D. $0, \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

20. (3 puntos) Sin hacer la gráfica, encuentre el período fundamental de: $y = 3 \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$.

A. $\frac{\pi}{2}$

C. 4π

B. $\frac{3\pi}{2}$

D. 3

Parte II. Respuesta Libre

21. (10 puntos) Encuentre las partes restantes del triángulo $\triangle ABC$, si $a = 3$, $b = \sqrt{3}$ y $c = 2\sqrt{3}$.

$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$$

Solution: The answer to question 1.

22. (10 puntos) Encuentre las partes indicadas del triángulo $\triangle ABC$, si $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 30^\circ$ y $a = 10$.

$$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$

Solution: The answer to question 2.

23. (10 puntos) Un guardabosques que está a 180 pies de la base de un árbol gigante observa que el ángulo de elevación entre el suelo y el tope del árbol es de 30° . Encuentre la altura del árbol.

Solution: The answer to question 3.

24. (10 puntos) Verifique la identidad $\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)$.

Solution: The answer to question 4.

25. (10 puntos) Verifique la identidad $\frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)] = \sin(\alpha) \cos(\beta)$.

Solution: The answer to question 5.