

Departamento de Matemáticas-UPR
MATE 3023 – EXAMEN FINAL, Martes, 17 de diciembre de 2013

Apellidos: _____ Nombre _____

No. Estudiante: _____ Profesor: _____ Sección _____

Problemas de selección múltiple (45 puntos). Llena el blanco con la letra correspondiente.

1. La proposición $p \rightarrow q$ es una: _____

- (a) Tautología
- (b) Contradicción
- (c) Contingencia
- (d) Afirmación
- (e) Ninguna de las anteriores.

2. La negación de $p \rightarrow q$ es _____

- (a) $\neg p \rightarrow q$
- (b) $p \rightarrow \neg q$
- (c) $\neg p \rightarrow \neg q$
- (d) $p \vee \neg q$
- (e) $p \wedge \neg q$

3. El complemento de $\{1, 2\}$ en \mathbb{N} es _____

- (a) $\{0, 3, 4, \dots\}$
- (b) $\{\dots - 2, -1, 0, 3, 4 \dots\}$
- (c) $\{3, 4, 5, \dots\}$
- (d) \mathbb{N}
- (e) \emptyset

4. Un número real es irracional si: _____

- (a) Es del tipo $\frac{a}{b}$ con $a, b \in \mathbb{Z}$
- (b) Es un decimal finito.
- (c) Es un decimal finito no-periódico.
- (d) Es un decimal infinito no-periódico.
- (e) Es un decimal infinito periódico.

5. El conjunto de soluciones de $2|x - 1| + 2 = 4$ es: _____

- (a) $\{0, 2\}$
- (b) $\{-1, 1\}$
- (c) \mathbb{R}
- (d) \emptyset
- (e) Ninguna de las anteriores.

6. El conjunto de soluciones de $|x - 1| > 1$ es: _____

- (a) $(\infty, 0)$
- (b) $(2, \infty)$
- (c) $[-\infty, 0] \cup (2, \infty)$
- (d) $(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$
- (e) Ninguna de las anteriores.

7. El conjunto de soluciones de $\frac{x + 1}{x - 3} \leq 0$ es _____

- (a) $(-\infty, -1] \cup (3, \infty)$
- (b) $(-\infty, -1] \cup [3, \infty)$
- (c) $[-1, 3)$
- (d) $[-1, -3)$
- (e) Ninguna de las anteriores.

8. ¿Cuáles de las siguientes no es una función? _____

- (a) $\{(1, 2), (2, 1)\}$
- (b) $\{(1, 2), (2, 2)\}$
- (c) $\{(2, 1), (2, 2)\}$
- (d) $\{1, 2\}$
- (e) $\{(2, 1)\}$

9. El dominio de $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$ es: _____

- (a) $\{x|x \neq -1\}$
- (b) $\{x|x \neq 0\}$
- (c) $\{x|x = 1\}$
- (d) $\{x|x \neq 1\}$
- (e) Ninguna de las anteriores.

10. La gráfica de $y = \sqrt{1 - x^2}$ es: _____

- (a) El círculo con centro en $(0, 0)$ y radio 1.
- (b) El semicírculo superior con centro $(0, 0)$ y radio 1.
- (c) El semicírculo inferior con centro $(0, 0)$ y radio 1.
- (d) El semicírculo derecho con centro $(0, 0)$ y radio 1.
- (e) El semicírculo izquierdo con centro $(0, 0)$ y radio 1.

11. La gráfica de $y = 1 - x^2$ es: _____

- (a) El círculo con centro en $(0, 0)$ y radio 1.
- (b) La parábola con vértice $(0, 1)$ que abre hacia arriba.
- (c) La parábola con vértice $(0, 1)$ que abre hacia abajo.
- (d) La parábola con vértice $(1, 0)$ que abre hacia abajo.
- (e) Ninguna de las anteriores.

12. Al evaluar $\frac{\binom{5}{2}}{\binom{5}{3}}$ se obtiene: _____

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4
- (e) Ninguna de las anteriores.

13. El término número 100 de la sucesión aritmética que comienza $-1, 1, \dots$ es: _____

- (a) 99
- (b) 100
- (c) 197
- (d) 198
- (e) Ninguna de las anteriores.

14. El 4to término del desarrollo de $(x - y^2)^5$ es:

(a) $\binom{5}{3} x^2 y^6$

(b) $-\binom{5}{3} x^2 y^3$

(c) $-\binom{5}{3} x^2 y^6$

(d) $-\binom{5}{3} x^5 y^{10}$

(e) Ninguna de las anteriores.

15. El 5to término de la sucesión recursiva

$a_1 = 2, a_n = a_{n-1}^2$ es:

(a) 2

(b) 4

(c) 16

(d) 256

(e) Ninguna de las anteriores.

1. Problemas de desarrollo. (70 puntos).

1. Construir la tabla semántica de la proposición:

$$\neg p \rightarrow (p \wedge q)$$

2. Justifique cada paso de la demostración siguiente:

$$2(5 + 4) = 2(5) + 2(4) \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= 2(4) + 2(5) \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= 4(2) + 5(2) \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= 8 + 10 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= 18 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

3. Resolver la ecuación $2|2x - 1| = 4|x - 1|$

4. Resolver la inecuación $2|2x - 1| < 8$.

Expresar solución en la notación de intervalo.

5. Si $0 < x + 3 < 7$, hallar A y B para que
 $A < 2x - 1 < B$

A _____

B _____

6. Hallar el centro y el radio del círculo cuya ecuación es:
 $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 1 = 0$

radio _____

centro _____

7. Hallar las raíces y el vértice de la ecuación cuadrática:
 $y = x^2 - 4x - 5$

raíces _____

vértice _____

8. Para la función $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$; hallar

$f^{-1}(x)$ _____

$f^{-1}(x)$ y $Dom f$, $Dom f^{-1}$

$Dom f$ _____

$Dom f^{-1}$ _____

9. Si $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = x^2 + 1$,
hallar: $(f \circ g)(x) + (f \cdot g)(x) - (g \circ f)(x)$

10. Para la función $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$,
hallar los cortes en los ejes y las asíntotas:

corte x

corte y

asíntota

vertical

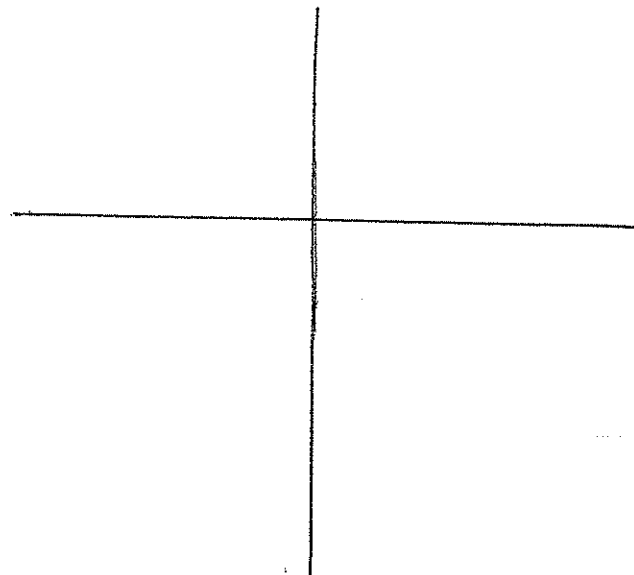
asíntota

horizontal

11. Resolver la inecuación $(x-3)(x+1)(x-5) > 0$.
Escribir la solución en notación de intervalo.

12. Trazar la gráfica de la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$



13. Para la sucesión aritmética que comienza $-5, 5, \dots$, determine: a_{101} y S_{101}

14. Demuestre que: $\binom{n}{2} + \binom{n}{n-2} = n^2 - n$
donde $n \in \mathbb{N}$ y $n \geq 2$