



**Universidad de Puerto Rico**  
**Departamento de Matemáticas**  
**MATE 3023 Examen Final 8 de mayo de 2013**

Apellidos: \_\_\_\_\_  
No. Estudiante: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_  
Sección: \_\_\_\_\_  
Profesor: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Lea cuidadosamente todos los ejercicios. El procedimiento debe aparecer en el examen para obtener crédito parcial o total. (110 pts ) Vale Doble.

1) (9 pts) Si  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x + 1 \geq 10\}$  y  $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -11\}$ , halla

a)  $A \cup B$

b)  $A \cap B$

c)  $(A \cap B)'$

2) (5 pts) Sea  $a, b \in \mathbb{R}$ , con  $a < 0$ . Halla el contrapositivo (simplifique todas las negaciones y use las Leyes de DeMorgan, donde puede) de

“Si  $a \cdot b < 0$ , entonces  $(a < 0 \wedge b > 0)$ ”

3) (24 pts) Halla y representa la gráfica del conjunto solución sobre los reales de:

a) (6 pts)  $7 + 5x \geq -6x + 3$

b) (6 pts)  $\frac{x}{x^2 - 9} < 0$

c) (6 pts)  $\frac{|5x-11|}{2x-3} > 0$

d) (6 pts)  $x^2 - x \leq 12$

4) (5 pts) Halla la ecuación de la bisectriz perpendicular del segmento con extremos  $A, B$  si  $A(4, -6)$  y  $B(8, 4)$ .

5) (4 pts) Halla las coordenadas del centro y el radio del círculo definido por la ecuación  $x^2 + y^2 + 4x - 8y = -5$

6) (5pts) Si el punto  $P = (x, y)$  está en el cuarto cuadrante, halla una ecuación para el semi-círculo con centro en el origen y radio  $\sqrt{2}$  y que pase por el punto  $P$ .

7) (5 pts) Halla una ecuación para la recta tangente al círculo  $x^2 + y^2 = 25$  en el punto con coordenadas (3,4)

8) (5 pts) Si  $f(x) = x - 2x^2$  y  $g(x) = -3x + 1$  evalúa  $(f \circ g)(-1)$

9) (5 pts) Si  $\frac{3x-1}{2x+5}$ , encuentra una fórmula para  $f^{-1}(x)$

10) (6 pts) Traza la gráfica de  $g(x) = -f(-x)$  en la Figura 2 dado  $f(x)$  como ilustrado abajo en la Figura 1.

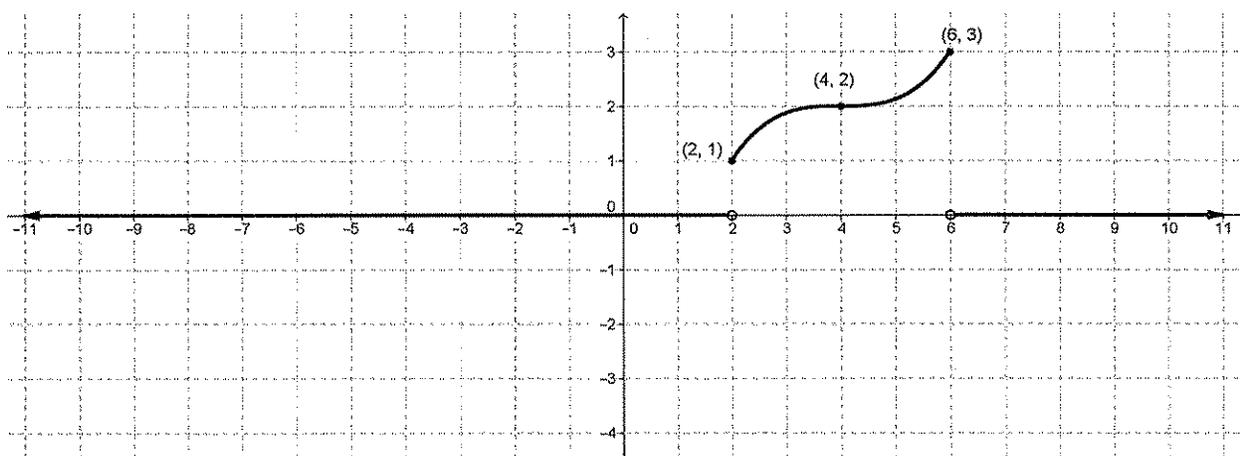


Figura 1

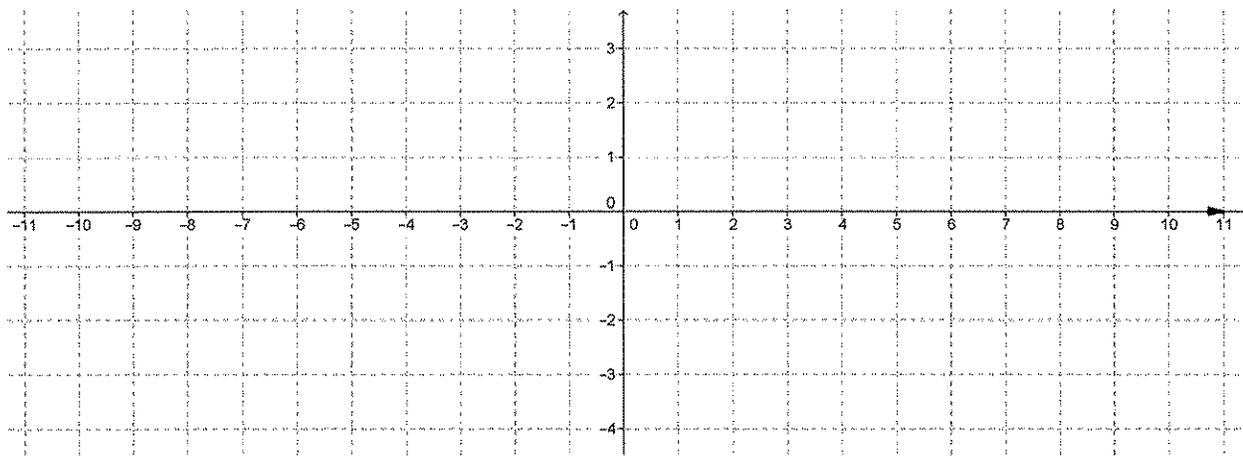
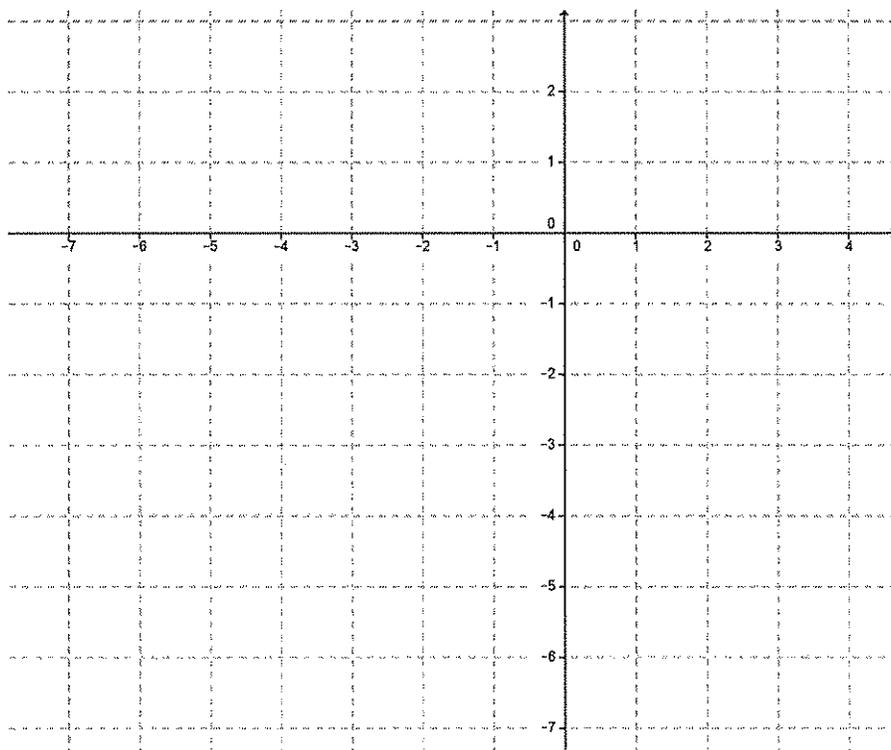


Figura 2

11) (7 pts) Considera la parábola definida por la ecuación  $x - 2 = -\frac{1}{2}(y + 3)^2$ . Determina:

- (1pts) Ecuación del eje de simetría:
- (1pts) Coordenadas del vértice:
- (1pts) Cortes de la gráfica en los ejes:
- (4pts) Traza la gráfica de la parábola:



12) (7 pts) Si  $f(x) = -\sqrt{x}$  y  $g(x) = 9 - x^2$ ,

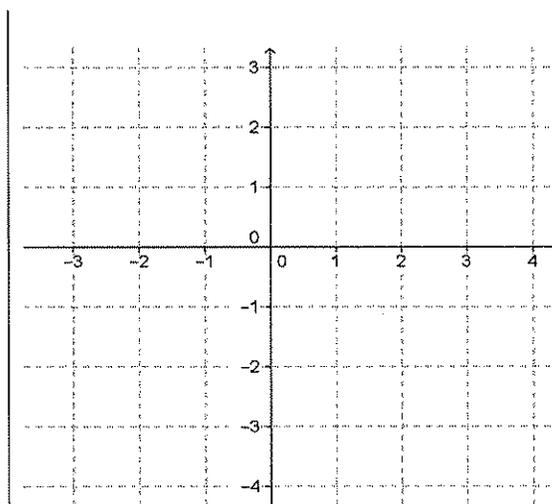
a) (3 pts) Halla una fórmula para  $f \circ g$

b) (2 pts) Indica el

i) dominio de  $f \circ g$

ii) campo de valores de  $f \circ g$

c) Traza la gráfica de  $f \circ g$



13) (3pts) Halla la suma de los 30 primeros términos de la sucesión aritmética  $-2, 3, 8, \dots$ .

14) (3 pts) Coloca 3 medias geométricas entre 3 y 27.

15) (3 pts) Efectúa la operación indicada:  $\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix}$

16) (6 pts) Considerar la fórmula recursiva dada por:  $a_1 = -7$  y  $a_n = a_{n-1} + 6$ , para  $n \geq 2$ .

a) Halla los cinco primeros términos de esta sucesión.

b) Halla el término general  $a_n$  de esta sucesión.

17) (8 pts) Si  $a_4 = 16$  y  $a_7 = 241$  son términos de una sucesión aritmética, halla:

a)  $a_{23}$

b)  $S_{23}$