

Universidad de Puerto Rico  
Departamento de Matemáticas  
Facultad de Ciencias Naturales  
Recinto de Río Piedras

Mate 3023

Apellidos: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_  
No. de est: \_\_\_\_\_ Examen Final. de sección: \_\_\_\_\_

20 de diciembre de 2012

Para obtener crédito muestre todo su trabajo.  
**Explique claramente su contestación.**

(1) (8 pts) Sea  $f(x) = \frac{x+7}{x-2}$ .

(a) (2 pts) Find the domain of definition of  $f$ .

(b) (4 pts) Simplify the expression  $\frac{f(5+h) - f(5)}{h}$ .

(c) (2 pts) Let  $T(h)$  be the simplified expression for  $\frac{f(5+h) - f(5)}{h}$ .  
Compute  $T(0)$ .

(2) (8 pts) Consideramos los puntos  $A(7, -2)$  y  $B(5, -4)$  en el plano.

(a) (2 pts) Coordenadas del punto medio  $I$  de  $AB$ .

(b) (2 pts) Pendiente de la recta  $(AB)$ .

(c) (4 pts) Ecuación de la recta que pasa por el punto medio  $I$  de  $AB$  y es perpendicular a la recta  $(AB)$

(3) (8 pts) Find the center and radius for the circle:  
 $x^2 + y^2 - 10x + 20y = 44$ .

(4) (8 pts) Give an equation for the tangent to the circle  $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25$  at the point  $A(2, 1)$ . *Remember that the tangent line is perpendicular to the radius.*

(5) (13 pts) Solve the following inequalities.  
(a) (3 pts)  $x - 5 > 4x$

(b) (3 pts)  $|2x - 5| \leq -4$

(c) (3 pts)  $|5 - 3x| < 12$

(d) (4 pts)  $x^3 - 2x^2 \geq -x$

(6) (15 pts) Solve the equations or inequalities

(a) (5 pts)  $2x^2 - 4x + 11 \geq 13$

(b) (5 pts)  $\frac{2 - 4x}{x - 5} \geq 0$

(c) (5 pts)  $|2 - 4x| + |x - 5| = 120$

(7) (12 pts) Sea  $g(x) = \sqrt{12 - x}$ ,  $f(x) = \frac{x^2(4 + x^2)}{9 - x^2}$ .

(a) (3 pts) Encuentre el dominio de definición de  $g$

(b) (3 pts) Encuentre el dominio de definición de  $f$

4

(c) (3 pts) Encuentre el dominio de definición de  $f \circ g$

(d) (3 pts) Determinar  $(f \circ g)(x)$

(8) (14 pts) Consider the function  $g(x) = \frac{2}{x+5}$ .

(a) (2 pts) Domain of definition of  $g$  :  $D_g =$

(b) (4 pts) Show that  $g$  is injective

(c) (4 pts) Find  $g^{-1}(x)$ .

(d) (2 pts) Find  $D_{g^{-1}}$ .

- (e) (2 pts) Find  $CV_g$  (the range of  $g$ )
- (9) (6 pts) Sea  $(t_n)$  una sucesión geométrica con  $t_5 = 768$ ,  $r = 2$ , donde  $r$  es la razón de la sucesión.
- (a) (2 pts) Cual es el primer termino de la sucesión?
- (b) (4 pts) Cual es la suma de los 100 primeros terminos?
- (10) (18 pts) Consideramos  $f(x) = 2x^2 + 12x + 15$ , cuya gráfica es una parábola.
- (a) (3 pt) Encuentre el vertice de la parábola  $y = f(x)$ .
- (b) (3 pt) Encuentre el eje de simetría.
- (c) (3 pt) Encuentre la directrix de la parábola  $y = f(x)$ .
- (d) (3 pt) Encuentre el foco de la parábola  $y = f(x)$ .
- (e) (6 pt) Dibujar (de manera precisa, y rotular) las gáficas de  $y = f(x)$  y  $y = g(x) := f(x - 3) + 3$

