

UPR : Río Piedras

Departamento de Matemáticas

Mate 3023: Primer Examen Parcial

Nombre: _____ sección: _____
de Estudiante: _____ 28 de febrero 2011

- Muestre su trabajo. Para recibir crédito, sus respuestas deben estar bien escritas, propiamente justificadas y bien organizadas.
 - Por favor, apague el teléfono celular y cualquier otro aparato electrónico que pueda interrumpir a otros tomando el examen. El teléfono celular no puede estar sobre el pupitre ni en la cercanía del examen. Es recomendable guardarlo en su mochila. El profesor tiene la potestad de anular el examen de cualquier estudiante que utilice el celular.
 - Esta prueba es de 2 horas. NO SE PERMITEN CALCULADORAS.
1. **Cierto o Falso** Determine la veracidad de las siguientes afirmaciones. Si la afirmación es falsa, da un contraejemplo o da una explicación justificando su contestación (no se dará crédito por sólo afirmar que es falsa). Cada uno tiene un valor de 4 puntos.

a) Todos los números primos son impares.

b) Sean A y B conjuntos finitos, entonces

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B),$$

Ayuda. $n(C)$ es la cardinalidad del conjunto C .

c) La negación $p \rightarrow q$ es $p \vee q'$.

d) Si $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$, entonces $\frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$.

2. Sea p la oración abierta $2x - 1 \geq -3$, q la oración abierta $3x + 5 \leq 26$ y r la oración abierta $3x + 1 = 7 + 4x$. Encuentre y trace la gráfica del conjunto solución de cada una de las oraciones abiertas sobre los números reales.

a) (2 pts) CS_p

b) (2 pts) CS_q

c) (2 pts) $CS_{p \vee q}$

d) (2 pts) $CS_{p \wedge q}$

e) (2 pts) $CS_{p \wedge r \vee q}$

f) (2 pts) $CS_{p \wedge (r \vee q)}$

3. Usando las leyes De Morgan encuentre la negación de las siguientes proposiciones:
- (3 pts) $(p \text{ es primo}) \wedge (p^2 + p + 1 \text{ es impar})$.

 - (3 pts) $(1 = 0) \vee (a = 0 \wedge b = 0)$
4. (6 pts) Encuentre la negación de las siguientes proposiciones:
- a) Para todo número real positivo x , $-x^2 < 0$.

 - b) Si $a = b$ entonces $a^2 = b^2$.
5. (6 pts) Sean p y q proposiciones. Elabora la tabla de verdad de la proposición $(p \wedge q) \rightarrow (p' \vee q')$.

6. (4 pts) Halla el valor absoluto:

$$|3 - \pi| =$$

7. (3 pts) Evalúe la siguiente expresión si $x = 4$ y $y = -1$:

$$|-4x + y|.$$

8. Encontrar y graficar el conjunto solución de las siguientes oraciones abiertas sobre los reales:

■ (6 pts) $-(2x + 3) < 8$

■ (6 pts) $1 < 1 - \frac{1}{2}x < 4$

■ (6 pts) $x^3 + 8x^2 \leq 0$

■ (6 pts) $\frac{x + 2}{x - 4} \geq 1$

■ (6 pts) $|2 - 3x| > 1$

- (6 pts) $1 \leq |2x + 5| < 2$

- (6 pts) $t + 1 < 2t - 1 < 4t - 3$

9. En un año reciente, la ayuda financiera para estudiantes en Estados Unidos ascendió a cerca de 30,000 millones de dolares. Las tres fuentes principales de ayuda son becas del gobierno, becas privadas y los colegios mismos. Melissa Young, directora de Ayuda Financiera de una pequeña universidad privada, inspeccionó los registros de 100 estudiantes de segundo año y encontró lo siguiente: 49 reciben beca del gobierno, 55 reciben becas privadas, 43 reciben ayuda de la universidad, 23 reciben becas del gobierno y becas privadas, 18 reciben becas del gobierno y ayuda de la universidad, 28 reciben becas privadas y ayuda de la universidad, y 8 reciben ayuda de las tres fuentes. ¿Cuántos de los estudiantes en la encuesta

- (3 pts) cuentan solamente con becas privadas?

- (3 pts) cuentan con una beca privada pero no con beca de la universidad?

- (3 pts) reciben ayuda financiera de al menos una de estas fuentes?

- (3 pts) reciben ayuda de al menos dos fuentes?

10. (4 pts) En la siguiente tabla se presenta un argumento matemático donde se concluye que $2 = 1$. Claramente esto no es correcto. Determine donde está el error del argumento matemático. Asumimos que x y y son distintos de cero.

$x = y$	
$x^2 = xy$	multiplicamos ambos lados por x
$x^2 - y^2 = xy - y^2$	sumamos ambos lados $-y^2$
$(x - y)(x + y) = y(x - y)$	factorizamos
$\frac{(x - y)(x + y)}{x - y} = \frac{y(x - y)}{x - y}$	Dividimos ambos lados por $x - y$
$x + y = y$	cancelación
$2y = y$	substituimos x por y
$\frac{2y}{y} = \frac{y}{y}$	dividimos ambos lados por y .
$2 = 1$	conclusión