



Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales
Recinto de Río Piedras

**MATE
3023**

Apellidos: _____ Nombre: _____
No. de estudiante: _____ Profesor: _____
Primer Examen: _____ 1 de octubre de 2010 # de sección: _____

Para obtener crédito muestre todo su trabajo. Explique claramente su contestación.

1. (12 puntos) Sean $U =$ el conjunto universal $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{2, 3, 4, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$, y $C = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. Encuentre cada uno de los siguientes conjuntos.

(a) $A \cap C =$

(b) $(A \cap B) \cup C =$

(c) $\overline{C} =$

(d) $\overline{B \cup C} =$

2. (8 puntos) Encuentre el valor de cada expresión dado que $x = 5$ y $y = -3$.

(a) $|x| + |y| =$

(b) $\frac{|y|}{y} =$

(c) $|2x - 7y| =$

(d) $||2x| - |7y|| =$

3. (8 puntos) Simplifique cada una de las siguientes expresiones. Dé su contestación de modo que todos los exponentes sean positivos. Cada vez que un exponente sea 0 o negativo asuma que la base no es 0.

(a) $\frac{(-2)^5 x^4 (yz)^2}{5^2 xy^5 z} =$

(b) $\frac{25x^{-2} (yz)^{-1}}{5^3 x^4 y} =$



4. (12 puntos) Sean P y Q dos proposiciones (o enunciados). Complete la siguiente tabla de veracidad (o validez).

P	Q	Q'	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \rightarrow Q$
C	C				
C	F				
F	C				
F	F				

5. (8 puntos) Construya una tabla de veracidad (o validez), completa y sin faltar posibles casos, para la proposición (o enunciado)

$$(P \wedge Q) \rightarrow R,$$

dado que P, Q y R son proposiciones (o enunciados).

P	Q	R		

6. (6 puntos) Sean P : “ M es un espacio fibrado de Seifert.”
 Q : “ M no tiene geometría hiperbólica.”

(a) Escriba en palabras el contrapositivo de la condicional $P \rightarrow Q$.

(b) Escriba en palabras el recíproco de la condicional $P \rightarrow Q$.

7. (14 puntos) Para cada una de los siguientes enunciados, indique cuál propiedad de los números reales lo justifica.

Enunciado	Justificación
$(x + y) \cdot 1 = x + y$	
$11 + (-2) = (-2) + 11$	
$x + (5 + y) = (x + 5) + y$	
$a + (b + c)d = a + d(b + c)$	
$x[y + (z + w)] = xy + x(z + w)$	
$(x + y) + [-(x + y)] = 0$	
Si $x + y \neq 0$, entonces $(x + y) \left[\frac{1}{(x + y)} \right] = 1$	

8. (8 puntos) Una de las leyes de exponenciación nos indica que $(A \cdot B)^n = A^n \cdot B^n$ para todo par A, B de números reales. Esta regla es muy conveniente para simplificar expresiones. Ahora bien, si en vez de multiplicación reemplazamos la operación binaria por una suma la regla no generaliza.

(a) Encuentre A, B de modo que

$$(A + B)^2 \neq A^2 + B^2.$$

Explique.

(b) Encuentre A, B de modo que

$$\sqrt{A + B} \neq \sqrt{A} + \sqrt{B}.$$

Explique.



9. (4 puntos) Resuelva la desigualdad. Dé su contestación en notación de intervalo.

$$3x + 4 > \frac{1}{3}(x - 5).$$

10. (6 puntos) Resuelva la desigualdad. Dé su contestación en notación de intervalo.

$$\left| 8x + \frac{1}{2} \right| > 5.$$

11. (6 puntos) Resuelva la desigualdad. Dé su contestación en notación de intervalo.

$$x^2 + 6x > 7.$$

12. (6 puntos) Resuelva la desigualdad. Dé su contestación en notación de intervalo.

$$\frac{(x+2)(x-1)}{(x+1)} \leq 0.$$

13. (6 puntos) ¿Cuál es el dominio de la función $F(x) = \sqrt{\frac{x+7}{x-11}}$? Explique.

14. (3 puntos) ¿Cuál es el valor exacto de $\frac{(9999)^5}{(3333)^5}$?

15. (3 puntos) ¿Cuál es el valor exacto de $(0.001)^3(4000)^3$?