UNIVERSITY OF PUERTO RICO
RIO PIEDRAS CAMPUS
DEPARTMENT OF MATHEMATICS

September 04, 2007 **Statistics**

Se tomaran en cuenta los tres mejores problemas.

1. Suponga que Y_i sigue la dist Exponencial β

$$f(y_i|\beta) = \frac{1}{\beta}\exp(-y_i/\beta), \beta > 0, Y_i > 0.$$

   Sea $Y = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)$ una muestra de tamaño n. a) demuestre que pertenece a la familia exponencial. b) Encuentre el estiamdor maximo verosimil para β y evaluelo para $n = 3, Y_1 = 4, Y_2 = 7, Y_3 = 5$. c) Encuentre la funcion de distribucion de y, $F(y|\beta)$ y encuentre el estimador maximo verosimil de la probabilidad: $Pr(Y < 6|\beta)$.

2. Sea M una variable aleatoria de Poisson:

$$Pr(M = k|\alpha) = \exp(\alpha)\frac{\alpha^k}{k!}, \alpha > 0, k = 0, 1, 2 \ldots$$

   . Observamos $k_1, \ldots, k_n$ a) Pertenece la distribucion a la familia exponencial? b) Encuentre el estimador Maximo Verosimil de α.

3. En el ejercidio anterior, a) Encuentre la Informacion de Fisher sobre α y la densidad no-informativa de Jeffreys. b) Encuentre con esa densidad a priori la densidad posterior para α.

4. Sea $y_1, y_2, \ldots y_n$ una muestra aleatoria Normal con media μ y variancia $\sigma^2 = 4$. Se quiere hace el test:

$$H_0 : \mu = -1 \quad , H_1 : \mu = 1.$$

   a) En base al lema de Neyman Pearson en cuentre el test mas potente al nivel $\alpha = 0.05$ b) Si la probabilidad a priori de H_0 es un medio, y la perdida L_1 por falso rechazo es igual a la perdida por falsa aceptacion L_0 encuientre el test Bayesiano optimo.

5. Sea Y_i una variable aleatoria Exponencial con parametro β como en el ejercicio 1. a) Encuentre la informacion de Fisher y la distribucion a priori de jeffreys. b) Calcule la distribucion a posteriori para una muestra $y_1, y_2, \ldots, y_n$. c) para la funcion de perdida cuadratica $(\beta - d(Y))^2$ encuentre el estimador de Bayes optimo.